

IL MODELLO SPETTRALE PER CARATTERIZZARE I CONTAMINANTI GASSOSI DELL'ATMOSFERA

M.C. MURA (a), C. GORI GIORGI (b) e M.F. PELLEGRINI (a*)

(a) Laboratorio di Igiene Ambientale, (a* ospite), Istituto Superiore di Sanità, Roma

(b) Dipartimento di Informatica e Sistemistica, Università degli Studi "La Sapienza", Roma

Riassunto. - Gli Autori propongono il modello spettrale, seguendo le indicazioni del Tukey, finalizzato all'analisi delle serie temporali relative ai principali contaminanti atmosferici. Nella trattazione viene posto l'accento sullo sviluppo matematico del metodo e vengono evidenziate le basi teoriche su cui esso si fonda, dando maggior rilievo ai passaggi fondamentali le formule (5), (6), (7) e (8) sono utilizzate nella pratica. Al fine di esemplificare la valutazione dello spettro, vengono riportati in frequenza gli andamenti del monossido di carbonio (CO) relativi al periodo estivo ed a quello invernale.

Summary (The spectral model for the characterization of the gaseous pollutants of the atmosphere). - Following Tukey's indications, the Authors propose the spectral model for the analysis of the temporal series related to the main pollutants of the atmosphere. In the paper the mathematical method's development is pointed out and its theoretical bases are emphasized, in particular about the basic passages; the formulas used in practice are no. (5), (6), (7) and (8). To exemplify the spectrum evaluation, the trends of the carbon monoxide (CO), relative to the summer and winter periods, are reported in frequency.

Introduzione

Un fenomeno naturale od indotto può essere rappresentato in forma matematica costituendo così un modello dal quale, con ulteriori tecniche, matematiche e/o statistiche, si va ad estrarre l'informazione sul comportamento del fenomeno.

Quando si ha una ricorrenza di un fenomeno (si pensi per esempio a tutte le manifestazioni meteorologiche, ai cicli degli ecosistemi ecc.), quale l'immissione in atmosfera di un contaminante di tipo gassoso o no, può essere interessante analizzare il fenomeno anche ai fini predittivi. In questo caso il discorso predittivo assume particolare rilievo se lo si lega alla prevenzione della salute pubblica, esposta a rischio in situazioni critiche di inquinamento atmosferico.

Di fatto, la presenza in atmosfera di un inquinante, il suo tempo di permanenza ed il suo periodo di ritorno, cioè la sua tendenza comportamentale, sono principalmente legati, oltre che alle condizioni meteorologiche, ambientali ed al tipo di contaminante, anche al ritmo di produzione industriale, a quello del traffico autoveicolare ed al funzionamento degli impianti di riscaldamento che sono fonti emittenti di tipo "ciclico" su cui si può intervenire per modificarle.

Nell'ottica di una strategia mirata al controllo dei contaminanti e come premessa allo studio di modelli predittivi o diffusivi, per i quali, oltre ai valori di concentrazione, sono richiesti una serie di parametri di vario tipo, sembra interessante analizzare e caratterizzare il comportamento temporale in atmosfera di alcuni contaminanti con specifiche tecniche matematiche (che rientrano nella classe dei modelli statistici), che ben sembrano adattarsi a modellarli al fine di conoscerne la loro tendenza, persistenza, periodicità.

Le tecniche matematico-statistiche che verranno espone non possono essere indiscriminatamente applicate per lo studio di qualunque contaminante, ma solo per quelli le cui caratteristiche chimico-fisiche rispondono a certi precisi requisiti (stabilità chimica ecc.), mentre dovranno essere sempre verificate le condizioni matematiche necessarie per la loro applicabilità.

Dal punto di vista matematico, l'andamento temporale di un inquinante è rappresentabile con una funzione in cui entrano in gioco il tempo di osservazione del fenomeno e la concentrazione, intesa come misura in continuo tramite specifici analizzatori, dell'inquinante in oggetto.

Integrando matematicamente questa funzione, dove essa si presenta continua, in intervalli costanti di tempo, si ottiene un insieme di dati che costituiscono la serie temporale che discretizza il fenomeno, risultando, per quanto detto, ogni elemento della serie il risultato di un processo di integrazione.

Ognuno di questi elementi, rappresenta il valore di concentrazione del contaminante misurato in intervalli di tempo successivi, a partire dal tempo d'inizio ($t=0$) del monitoraggio fino ad un tempo teoricamente infinito ($t=\infty$).

L'integrazione di questa funzione è attualmente alla base della procedura di calcolo automatico, in sinergia con gli analizzatori automatici che effettuano il monitoraggio in continuo dello specifico contaminante.

Pur esulando dalla presente trattazione sia il discorso sulla accettabilità del dato (si assumerà che esso sia validato e che l'insieme dei dati costituisca nell'arco di un periodo di tempo sufficientemente lungo una serie priva di "buchi"), sia quello sulla sua significatività (si assumerà che l'insieme sia rappresentativo del fenomeno, supposta rappresentativa la stazione ed il funzionamento degli analizzatori del campione in regime ottimale), se ne vuole sottolineare l'importanza perché l'applicazione delle tecniche matematiche possa fornire risposta realisticamente accettabile a livelli di probabilità prestabilita.

Disponendo, dunque, di una serie temporale, si procede a modellarla per poterne caratterizzare l'andamento.

Previa verifica delle condizioni di applicabilità, per le quali si rimanda ai testi specializzati di analisi matematica, la modellizzazione si attua elaborando gli elementi della serie con il metodo dell'analisi spettrale che risolve il modello nello spazio frequenziale e che fra i vari metodi di modellizzazione proposti, risulta essere uno dei più potenti.

A modellizzazione effettuata è possibile estrarre l'informazione contenuta nella serie. Tale contenuto di informazione deve essere sottoposto al test statistico perché possa essere valutata la sua significatività ad un livello di probabilità prestabilita.

Il test statistico utilizzato è di tipo χ^2 , in quanto la distribuzione statistica cui il modello deve fare riferimento è di tipo χ^2 [1].

In questo lavoro, gli Autori propongono in forma maneggevole il metodo dell'analisi spettrale [2-8], specializzato teoricamente da Tukey, evidenziandone i passaggi matematici più complessi, collegandoli ad elementi dei modelli statistici classici ed esemplificando, dove si è ritenuto necessario, per migliorarne l'interpretazione.

Analisi spettrale

Obiettivi

Con l'applicazione di questo metodo ci si propone di estrarre dalla serie temporale in oggetto, informazioni sulla periodicità, sulla persistenza e sulla tendenza del fenomeno che la stessa serie rappresenta in forma quantizzata.

Campo di applicazione

Il metodo è principalmente applicabile a quelle serie temporali di tipo stazionario o non evolutivo, le cui proprietà statistiche sono di essere invarianti rispetto al tempo x ; a quelle serie, cioè, il cui comportamento durante un periodo di tempo è lo stesso che avrebbero rispetto ad un altro periodo qualunque.

Trasformata coseno

La trasformata coseno si adoperava per passare dal dominio temporale, dove inizialmente è calcolata la funzione di autoregressione della serie, a quello delle frequenze nel quale si possono meglio evidenziare le proprietà caratterizzanti la serie.

Il passaggio dall'uno all'altro dominio si effettua, tramite la coseno trasformata di Fourier [9], nella seguente maniera:

$$s_{\bullet} = \frac{1}{2m} (C_{\bullet} + C_m) + \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{\tau} \quad (1)$$

$$s_k = \frac{C_{\bullet}}{m} + \frac{2}{m} \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{\tau} \cos\left(\frac{\pi k \tau}{m}\right) + \frac{1}{m} C_m (-1)^k \quad (2)$$

$$s_m = \frac{1}{2m} (C_{\bullet} + (-1)^m C_m) + \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^{m-1} (-1)^{\tau} C_{\tau} \quad (3)$$

dove C_{τ} è il generico coefficiente di correlazione della serie, che assume $m+1$ valori a seconda del valore di τ per ritardi da 0 ad m unità di tempo. Essendo N il numero degli elementi della serie, risulta che m non può superare il valore di N ($m \leq N$).

C_{τ} era stato calcolato a partire dagli N elementi della serie in oggetto, secondo la formula:

$$C_{\tau} = \frac{1}{N-\tau} \sum_{i=1}^{N-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})$$

dove x_i , per i che va da 1 ad N , è il generico elemento della serie (valore i -esimo di concentrazione calcolata nell'intervallo i -esimo) definita nel dominio temporale e \bar{x} è la media dei valori della serie.

Il termine generico $(x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})$ è la forma classica con cui si calcola la covarianza tra due elementi successivi della serie, essendo implicito che C_{τ} esprime la covarianza totale della serie nella fase τ .

Dal momento che per un teorema di analisi armonica si dimostra che

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\Omega)|^2 d\Omega \quad (4)$$

allora $|F(\Omega)|^2 d\Omega$ rappresenta il contributo alla varianza totale dovuto a tutte le oscillazioni con frequenze comprese tra Ω e $\Omega+d\Omega$.

Questa trasformata dà, in prima istanza, $m+1$ stime dello spettro il cui i -esimo valore è una misura approssimata della varianza totale della serie originale.

Tale serie è costituita da lunghezze d'onda prossime alla i -esima armonica della lunghezza d'onda fondamentale, l'ultima essendo uguale a $2m$ unità di tempo.

Per calcolare la \emptyset -esima stima spettrale, che corrisponde alla lunghezza d'onda infinita (andamento lineare), si utilizza la formula (1); mentre il calcolo della più piccola lunghezza d'onda ottenibile nello spettro, viene effettuato tramite la (3).

Le rimanenti $m-1$ stime, si derivano dalla (2) facendo variare k da 1 ad $m-1$.

La rappresentazione geometrica delle stesse stime avviene in uno spazio cartesiano bidimensionale ($RC(O, f, \sigma^2)$) sui cui assi sono rispettivamente riportate la frequenza (dominio di esistenza della funzione) e la varianza (codominio).

Seguendo il metodo del Tukey, che ha dato il contributo fondamentale allo sviluppo ed alla applicazione di questa teoria, ai fini pratici, le (1), (2) e (3), si utilizzano così modificate:

$$s_0 = \frac{1}{2} (s_0 + s_1) \quad (5)$$

$$s_k = \frac{1}{4} (s_{k-1} + 2s_k + s_{k+1}) \quad (6)$$

$$s_m = \frac{1}{2} (s_{m-1} + s_m) \quad (7)$$

avendo i pedici 0, m e k , lo stesso significato attribuitogli precedentemente.

Il Tukey stesso ha trovato che il massimo ritardo m dei coefficienti di correlazione C_r è indipendente dalla lunghezza totale della serie composta da N elementi e che ogni stima dello spettro risulta distribuita come un χ^2 diversificato dai gradi di libertà. Questi ultimi dipendono sia da m che da N , e sono in numero di

$$(2N-m)/m.$$

Ciò permette di calcolare l'intervallo di confidenza di ogni stima dello spettro, utilizzando una tavola di χ^2 [10].

Per quanto riguarda la risoluzione dello spettro, essa è direttamente proporzionale ad m poiché il numero delle stime rappresentanti lo spettro è proprio $m+1$.

Tuttavia, le stime sono stabili in senso statistico quando m è piccolo, perciò è conveniente scegliere per m un valore che dia luogo ad un buon compromesso tra la risoluzione spettrale e la stabilità statistica (generalmente m viene preso pari ad $1/3$ di N).

Analisi delle stime

Qualora le stime abbiano ampiezze approssimativamente uguali, la forma dello spettro ad esse corrispondente tenderà a quella caratteristica del rumore "bianco", in analogia alla luce visibile che risulta bianca quando tutte le frequenze di radiazione sono di uguale intensità.

Nel caso in cui nella serie sia contenuta un'onda puramente sinusoidale, in corrispondenza di quella lunghezza d'onda lo spettro presenterà un picco relativamente ripido.

Quando nella stessa vi siano periodicità non sinusoidali, lo spettro conterrà, oltre al picco in corrispondenza della particolare lunghezza d'onda, anche altri picchi in punti relativi a lunghezze d'onda multiple della fondamentale.

Se poi in essa si manifestasse un andamento irregolare od una quasi-periodicità, nello spettro si avrà una "gobba" relativamente marcata ricoprente un ampio intervallo di lunghezze d'onda.

Infine, qualora la serie temporale sia persistente, cioè se ogni valore della stessa è influenzato dal valore che immediatamente lo precede, lo spettro sarà distorto attraverso tutte le lunghezze d'onda e la sua ampiezza tenderà a diminuire andando dalle lunghezze d'onda più grandi fino alle più piccole. In questo caso si parla di rumore "rosso".

Limiti dell'analisi spettrale

Quando la serie è dominata da un'oscillazione periodica molto forte, lo spettro viene significativamente influenzato da infiltrazioni di altre frequenze attraverso i lobi (*aliasing*).

In questo caso, l'applicazione dei metodi tipici dell'analisi armonica classica, risulta più potente di quella dell'analisi spettrale.

Tuttavia, il risultato ottenuto mediante l'analisi spettrale risulta ugualmente soddisfacente quando si possa, in una qualche maniera, rimuovere la stessa periodicità.

Ad esempio, nel caso in cui si abbia una serie che copra un arco piuttosto lungo di tempo (10 anni) ed i cui termini (t per $i=1, \dots, 120$) siano valori medi a breve termine (medie mensili), qualora si riscontri una periodicità a lungo termine (annuale), la si può rimuovere sottraendo ad ogni termine le registrazioni medie di tutti i termini che si riferiscono allo stesso mese, secondo la seguente trasformazione:

$$t_i' = t_i - t_m.$$

Sulla serie così trasformata, si possono efficacemente applicare le tecniche di analisi spettrale.

Continuo nullo

Nel $RC(O, f, \sigma^2)$ oltre alle stime calcolate applicando le (6), (7) e (8), viene riportato il "continuo nullo" che è la curva graficata congiungendo i vari punti ottenuti applicando la

$$s' = s_m \frac{1 - r_1^2}{1 + r_1^2 - 2r_1 \cos(\pi k/m)} \quad (8)$$

dove: s_m è la media di tutte le stime; r_1 è il coefficiente di correlazione di primo ritardo che, in forma normalizzata, è dato da C_1/C_0 .

Il continuo nullo può riconoscersi in rumore "bianco", "rosso" (Markov) o in nessuno dei due.

Quando tutte le stime ottenute dalle (6), (7) e (8) hanno circa la stessa ampiezza, allora il continuo nullo è il rumore "bianco". Se invece le stime presentano valori diversi ed inoltre valgono le relazioni

$$r_2 = r_1^2; r_3 = r_1^3; \dots \text{ e così via}$$

allora è rumore "rosso", cioè lo spettro tende a diminuire andando dalle lunghezze d'onda più grandi fino a quelle più piccole.

Valutazione dello spettro

Il continuo nullo permette di discriminare le stime dello spettro (Fig. 1 e 2) e quindi di fare delle ipotesi sulla persistenza, tendenza e sulle eventuali periodicità della serie in esame.

Se le stime coincidono con i corrispondenti punti del continuo, si può ragionevolmente concludere che esso approssima abbastanza bene lo spettro reale (del quale la serie in esame è un campione).

Ovviamente, se una o più stime deviano in maniera rilevante dal continuo, si può ragionevolmente concludere che esso non approssima soddisfacentemente lo spettro reale della popolazione.

Il rapporto tra il modulo della stima spettrale e l'ampiezza del continuo nullo è la quantità che Tukey dice essere distribuita come un χ^2 diviso per i gradi di libertà.

I gradi di libertà di ogni stima di uno spettro basato su N valori e su un massimo ritardo di m unità di tempo sono dati da:

$$v = \frac{2N - m/2}{m}$$

Questo rapporto viene poi confrontato con i livelli percentuali critici della distribuzione χ^2/v per il valore proprio di v , stabilendo questo confronto i livelli di rilevanza statistica richiesta.

In pratica, i livelli critici della distribuzione χ^2/v possono determinarsi dalle tavole di χ^2 , dividendo χ^2 per v .

Considerando poi i limiti del 95% e del 5% sovrapposti allo spettro, si vede se qualcuna delle stime giace al di fuori di questi limiti.

Qualora nessuna stima oltrepassi questi limiti, si può ragionevolmente concludere che lo spettro campione deriva da una popolazione il cui spettro approssima il continuo nullo di partenza.

Nel caso in cui qualche stima eccedesse il limite del 95%, potrebbe essersi verificato uno dei due fatti:

- la stima in questione corrisponde, in lunghezza d'onda, ad un'oscillazione la cui presenza era già prevista nella serie. In questa evenienza, essendo il fenomeno già noto, si considera significativa la periodicità in corrispondenza o a livelli superiori del limite del 95%;

- la stima corrisponde a lunghezze d'onda non conosciute e non correlabili con processi fisici conosciuti. In questo caso il giudizio sul significato statistico deve essere basato su un criterio più stretto del precedente. Il limite del 95% (Pt) viene modificato in un limite (Pd), così costruito:

$$Pd = \frac{100m + Pt}{m + 1}$$

A titolo esemplificativo vengono riportati i grafici relativi all'andamento dell'ossido di carbonio (CO), rilevati rispettivamente nel periodo estivo (Fig. 1) ed in quello

invernale [11] (Fig. 2), dalla stazione fissa di monitoraggio dei principali contaminanti dell'atmosfera, presso l'Istituto Superiore di Sanità (ISS).

Tali grafici sono il risultato della elaborazione (effettuata tramite i metodi suddetti sulle due serie temporali dell'ossido di carbonio) che ha permesso di disegnare lo

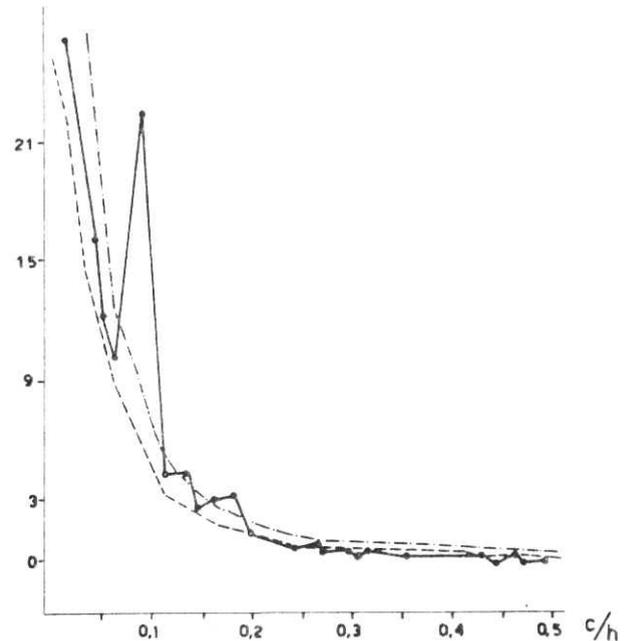


Fig. 1. - Spettro di potenza (non filtrato) dell'ossido di carbonio (CO), relativo al periodo estivo, calcolato sui dati provenienti dalla stazione di monitoraggio fissa dei contaminanti atmosferici dell'Istituto Superiore di Sanità.

— = spettro di potenza; - - - = continuo nullo; - · - · = limite 95%

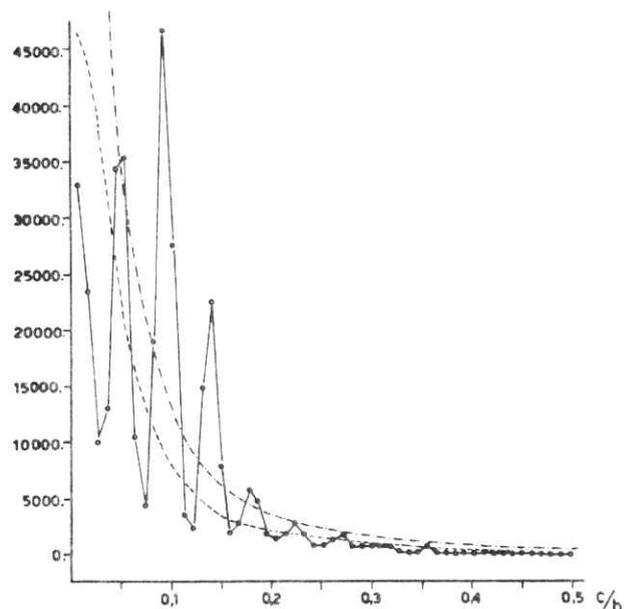


Fig. 2. - Spettro di potenza (non filtrato) dell'ossido di carbonio (CO), relativo al periodo invernale, calcolato sui dati provenienti dalla stazione di monitoraggio fissa dei contaminanti atmosferici dell'Istituto Superiore di Sanità.

— = spettro di potenza; - - - = continuo nullo; - · - · = limite 95%

spettro di potenza, il continuo nullo e la curva che rappresenta il limite del 95%. In esso il dominio ed il codominio sono rispettivamente la frequenza e la varianza.

Le due serie elaborate sono costituite da 576 punti quella relativa al periodo estivo e da 720 punti quella relativa a quello invernale, così da coprire un arco di tempo, rispettivamente di 24 e di 30 giorni, corrispondendo ogni punto di ciascuna serie ad un valore di concentrazione oraria.

Non è stato possibile aumentare il numero dei punti in quanto, per la problematica relativa al controllo della qualità dell'aria, non si ha ad oggi la possibilità di interpolare gruppi di dati mancanti (per guasto o manutenzione degli analizzatori).

Le serie annuali a disposizione, dunque, risultano spezzate, o con buchi, mentre la condizione di applicabilità del metodo esige serie continue.

Fra le varie serie coprenti l'arco dell'anno, quelle elaborate sono state prescelte previa verifica statistica e della rappresentatività stagionale da cui provenivano e del campo di variabilità della concentrazione durante la giornata (ambidue le significatività, accettate a livello di probabilità, risultano del 95%).

I picchi che emergono dalle curve del 95% stanno a rappresentare la periodicità intrinseca del fenomeno (circa 12 ore), per ambedue le serie.

Da ambedue le figure, risultano emergenti più di un picco. Per escludere che uno sia un'armonica dell'altro, è necessaria una successiva analisi mediante l'applicazione di un filtro matematico alla serie temporale. Ogni serie così filtrata viene nuovamente elaborata con le tecniche sopra descritte.

La scelta del filtro matematico è estremamente delicata ed è di fondamentale importanza per una buona caratterizzazione dell'andamento della serie; tale scelta sarà oggetto di un successivo articolo.

Conclusioni

Uno degli aspetti più interessanti della contaminazione atmosferica è lo studio dei valori che si presentano in forma di serie temporale, cioè di quei valori che sono in forma continua o discreta, ma sempre in intervalli regolarmente spaziatati nel tempo.

Basandosi sulla conoscenza di queste serie temporali, sono state elaborate diverse teorie che utilizzano l'informazione per predire il comportamento del fenomeno [6].

In particolare, lo sviluppo della procedura qui presentata, ha evidenziato come è possibile individuare e classificare i vari tipi di spettro, a partire dalle stime e dal continuo nullo ad esse associato.

Le periodicità che, tramite il modello spettrale, sono state trovate in prossimità dell'Università degli Studi "La Sapienza" di Roma nei trend dell'ossido di carbonio relativi a due periodi stagionali diversi, e precisamente quello estivo e quello invernale, risultano essere le stesse per entrambi i periodi, pur variando nei due periodi suddetti i livelli di concentrazione del contaminante.

Tali periodicità (accettate come significative al livello del 95%) si possono prevalentemente attribuire da una parte all'attività umana e, dall'altra, alla instabilità della stratificazione atmosferica che ha la medesima oscillazione.

Anche se i livelli di concentrazione del CO (che fondamentalmente dà la misura del traffico cittadino che è notevolmente ridotto durante il periodo estivo soprattutto in prossimità della zona universitaria) sono diversi, la medesima periodicità di 12 ore si spiega con il fatto che il ritmo di vita della città è sempre lo stesso: il modello quindi ben si adatta a quantizzare questa realtà.

Con la presentazione di questa metodologia modellistica, che non ha alcuna pretesa esaustiva, si è inteso dare un contributo al problema del trattamento di serie temporali di contaminanti gassosi dell'atmosfera quando da queste si voglia estrarre informazione sulle periodicità che le caratterizzano anche a fini predittivi.

Ringraziamenti

Si ringrazia il Sig. B. di Grazia del Reparto Aria, Laboratorio di Igiene Ambientale dell'ISS, per avere curato l'acquisizione dei dati sperimentali, provenienti dalla stazione ISS (responsabile Dott.ssa M.A. Bertolaccini), di monitoraggio dei contaminanti atmosferici che hanno permesso di disporre dei valori di concentrazione oraria su cui, a titolo esemplificativo, è stato applicato il modello.

Ricevuto il 9 gennaio 1990.

Accettato il 20 febbraio 1990.

APPENDICE

a) Analisi spettrale

Lo sviluppo in serie di Fourier di funzioni periodiche può generalizzarsi per le funzioni temporali continue, non periodiche, introducendo l'integrale di Fourier, o trasformata di Fourier, nella seguente maniera:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\Omega)| e^{i\Omega t} d\Omega$$

$$F(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\Omega t} dt$$

Dal momento che la $F(\Omega)$ è in generale complessa, si può scrivere nella forma:

$$F(\Omega) = |F(\Omega)| e^{i\Phi(\Omega)}$$

La $|F(\Omega)|$ rappresenta lo spettro delle ampiezze della $f(t)$ e la $\Phi(\Omega)$ quello delle fasi.

b) Funzione di autocorrelazione $C(\tau)$ di $f(t)$

E' data da:

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) f(t+\tau) dt$$

dove τ è lo sfasamento.

Questa funzione dà informazione sulla periodicità della funzione temporale, ma non sulla fase.

Lo spettro corrispondente si può ottenere tramite la trasformata di Fourier.

$$C(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\tau) \cos \Omega \tau d\tau$$

$C(\Omega)$ è una buona approssimazione dello spettro di potenza $F(\Omega)^2$.

BIBLIOGRAFIA

1. SIEGEL, S. 1967. *Statistica non parametrica per le scienze del comportamento*. Edizioni OS, Firenze, pp.15-18.
2. BLACKAMANN, R.B. & TUKEY, J.W. 1958. *The measurement of the power spectra*. Dover, New York.
3. TUKEY, J.W. 1961. Discussion, emphasizing the connection between analysis of variance and spectrum analysis. *Tecnometrics* 3(2): 191-192.
4. JENKINS, G.M. & WATTS, D.G. 1968. *Spectral analysis and its applications*. Holden Day, San Francisco.
5. PARZEN, E. 1961. Mathematical considerations in the estimation of spectra. *Tecnometrics* 3(1): 1-29.
6. BOX, G.E.P. & JENKINS, G.M. 1970. *Time series analysis: forecasting and control*. Holden Day, San Francisco.
7. BRILLINGER, D.R. 1981. *Time series: data analysis and theory*. Holden Day, San Francisco.
8. KRISHNAIAN, P.R. 1983. *Time series in the frequency domain (Handbook of Statistics)*. Vol. 3. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
9. SPIEGEL, M.R. 1986. *Analisi di Fourier*. Collana Schaum. Gruppo editoriale Fabbri, Milano.
10. AIVAZIAN, S. 1970. *Étude statistique des dépendances*. MIR, Moscou. pp. 41-43.
11. HERNANDEZ, E., GARCIA, R. & MURA, M.C. 1986. Interrelacion entre contaminantes en la ciudad de Roma. *Rev. Sanid. Hig. Publica* 60: 687-702.