

Trasformazione delle frequenze di una distribuzione per una variazione di classi

FRANCO TAGGI (*)

Laboratori di Chimica

Riassunto. – Viene descritto un procedimento approssimato per la stima delle frequenze di una distribuzione per un cambiamento di classi.

Il procedimento permette di valutare le frequenze che si sarebbero ottenute ripartendo i dati elementari in un numero di classi diverso da quello della distribuzione osservata.

L'approssimazione risulta soddisfacente quando il numero di classi della distribuzione trasformata è minore di quello della distribuzione originaria. In questo caso, l'aderenza tra le due distribuzioni, intesa in termini di scostamento percentuale, migliora in media al crescere di tale differenza e tale andamento risulta più stabile e marcato all'aumentare del numero di dati elementari.

Summary (*Frequency evaluation in a distribution for a changing of classes*). – We have described a recursive method for frequency evaluation to be used when changing the number of classes considered in a distribution.

This procedure permits us to evaluate the frequencies we would have obtained assigning the original data to a number of classes different from that of the observed distribution.

The method is satisfactory when the number of classes of the transformed distribution is smaller than that of the original distribution. In this case, the similarity between the two distributions, in terms of percentage variation, becomes clearer on the average, with the increase of this bias.

This tendency seems to be even more persistent and relevant increasing the number of original data.

INTRODUZIONE

In alcuni problemi di carattere applicativo accade spesso di dover confrontare tra loro due distribuzioni riferite ad uno stesso dominio di variazione della grandezza osservata, al fine di stabilire se esistono tra esse differenze significative.

(*) Borsista dei laboratori di Chimica

Per poter utilizzare nella decisione certi test d'ipotesi (ad es., il test di Kolmogorov & Smirnov o il test χ^2 per due campioni indipendenti (SIEGEL, 1967) è necessario che il numero di classi delle distribuzioni a confronto coincida.

Tale condizione, nel caso non fosse verificata, si realizza semplicemente riclassificando le osservazioni elementari di una delle due distribuzioni, conformemente al numero di classi dell'altra.

Tuttavia, è immediato che questa procedura non risulta applicabile se nell'esperimento vengono determinate direttamente le frequenze (o grandezze ad esse corrispondenti) o quando, pur derivando le frequenze da classificazione di osservazioni elementari, queste ultime non siano disponibili (distribuzioni riprese dalla letteratura, distribuzioni di cui si siano smarriti i dati originali, ecc.).

In tutti questi casi appare perciò di interesse possedere un criterio che permetta di rispondere alla domanda: « Quale sarebbe stata la distribuzione della variabile studiata per un numero di classi diverso da quello della distribuzione osservata, in base alle frequenze di quest'ultima ? ».

La soluzione matematica del problema non presenta difficoltà concettuali, ma si rivela piuttosto laboriosa. D'altra parte, imponendosi comunque, per la mole di calcoli da eseguire, l'utilizzazione di un sistema automatico di elaborazione, viene naturale pensare ad una soluzione approssimata.

Nel seguito verrà descritto un algoritmo d'approssimazione che risolve il problema sotto ipotesi particolari, le quali tuttavia comprendono la quasi totalità dei casi che possono incontrarsi nella pratica. Detto algoritmo, inoltre, può essere generalizzato senza difficoltà, come suggerito alla fine del presente articolo.

L'ALGORITMO

Enunciamo in termini generali il problema: « Data una distribuzione a N_1 classi cui corrispondano le frequenze $\{F_1\}$ (distribuzione osservata od originaria), determinare una stima delle frequenze $\{F_2\}$ che si sarebbero osservate con N_2 classi (distribuzione trasformata) ».

L'algoritmo proposto è valido sotto le seguenti condizioni:

a) in ogni classe la frequenza osservata è una stima rappresentativa di come si distribuiscono le osservazioni elementari all'interno della classe (in altre parole, la distribuzione delle osservazioni elementari può considerarsi uniforme all'interno di ogni classe);

b) tutte le classi hanno la stessa ampiezza.

Nella Fig. 1 sono riportati lo schema logico dell'algoritmo e in Fig. 2 a la trasposizione dello stesso in linguaggio FORTRAN IV, in forma di sottoprogramma [subroutine NORHI (TAGGI, 1974)].

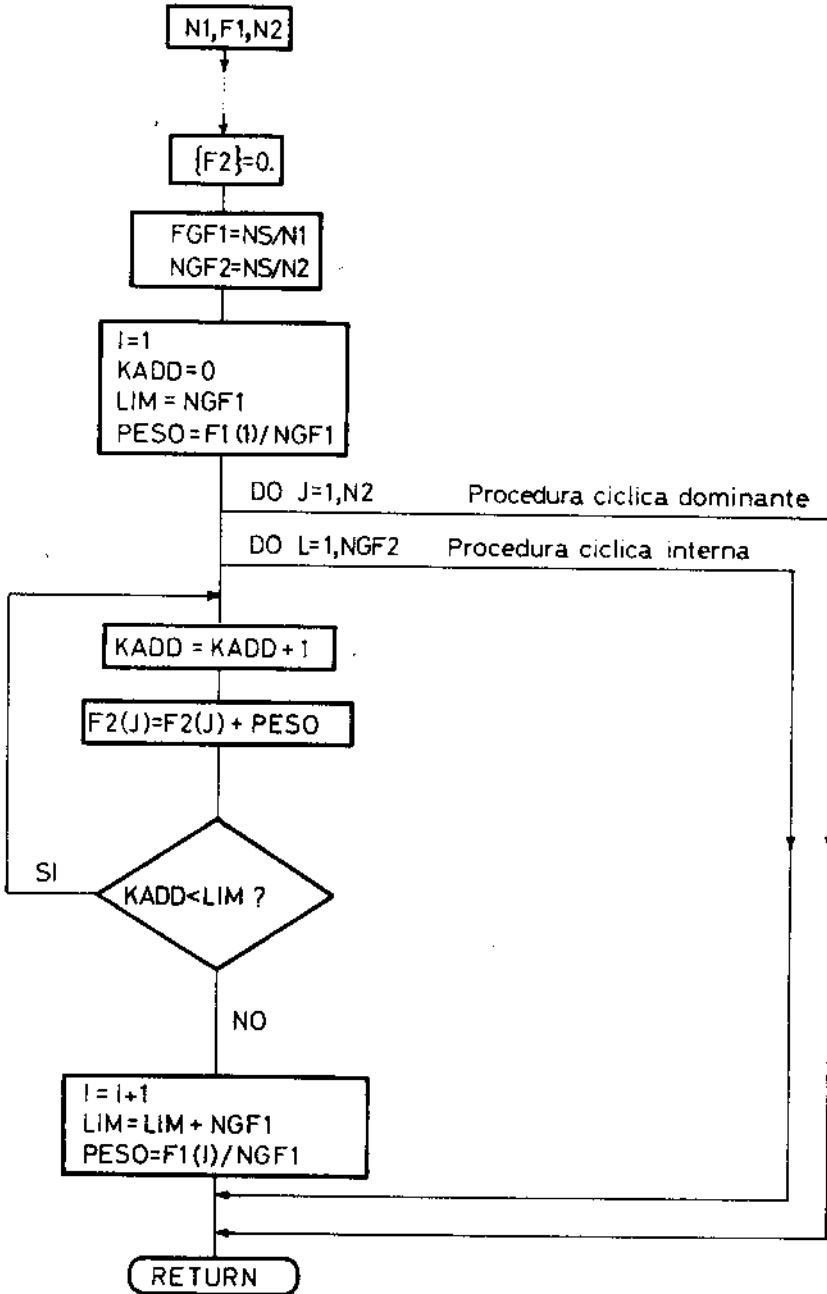


Fig. 1 - Schema logico dell'algoritmo proposto.

```

SUBROUTINE NORHI(N1,F1,N2,F2)
DIMENSION F1(N1),F2(N2)
DO 35 I=1,N2
35 F2(I)=0.
NGF1=10000./FLOAT(N1)
NGF2=10000./FLOAT(N2)
KADD=0
LIM=NGF1
I=1
PESO=F1(I)/FLOAT(NGF1)
DO 36 J=1,N2
DO 33 L=1,NGF2
KADD=KADD+1
F2(J)=F2(J)+PESO
IF(KADD.LT.LIM) GO TO 33
LIM=LIM+NGF1
I=I+1
PESO=F1(I)/FLOAT(NGF1)
33 CONTINUE
36 CONTINUE
RETURN
END

CALL NORHI(K1,FREQ1,K2,FREQ2)
KSUM=0
DO 43 JJ=1,K2
KAPP=FREQ2(JJ)
R(JJ)=AMOD(FREQ2(JJ),1.)
IF(R(JJ).GE.0.5) KAPP=KAPP+1
KSUM=KSUM+KAPP
43 KZ(JJ)=KAPP
47 CONTINUE

CORREZIONE DELLE FREQUENZE
NF=0
DO 70 L=1,K2
70 NF=NF+INT(KZ(L))
KNN=N-NF
KNNA=KNN
IF(KNNA.LT.0) KNNA=-KNNA
IF(KNN) 73,72,71
71 DO 75 J1=1,KNNA
RMAX=0.
DO 76 J2=1,K2
IF(R(J2).GE.0.5) GO TO 76
IF(R(J2).GT.RMAX) JR=J2
IF(R(J2).GT.RMAX) RMAX=R(J2)
76 CONTINUE
KZ(JR)=KZ(JR)+1.
R(JR)=0.5
75 CONTINUE
GO TO 72
73 DO 77 J1=1,KNNA
RMIN=0.99999
DO 78 J2=1,K2
IF(R(J2).LT.0.5) GO TO 78
IF(R(J2).LT.RMIN) JR=J2
IF(R(J2).LT.RMIN) RMIN=R(J2)
78 CONTINUE
KZ(JR)=KZ(JR)-1.
R(JR)=0.49
77 CONTINUE
72 CONTINUE

```

a

d

Fig. 2 - a) lista delle istruzioni della subroutine NORHI (trasposizione in linguaggio FORTRAN IV dell'algoritmo mostrato in Fig. 1);
b) lista delle istruzioni per la correzione da applicare alle frequenze ricavate dalla subroutine NORHI nel caso si operi con frequenze assolute.

Come può osservarsi in Fig. 1, dopo l'azzeramento del vettore delle frequenze trasformate, il dominio di variazione viene ripartito in un numero NS di sottoclassi, tale che $NS \gg N1$ e $NS \gg N2$ (nel sottoprogramma riportato abbiamo scelto, dopo alcune prove eseguite in base alle nostre esigenze di lavoro, $NS = 10.000$). Successivamente vengono fissate certe variabili di interesse relative alla distribuzione osservata (assegnazione del valore iniziale al contatore delle classi, azzeramento del contatore delle sottoclassi, identificazione della sottoclasse superiore della prima classe e calcolo del contributo (peso) di ogni sottoclasse della prima classe).

Stabilite queste quantità iniziali, la procedura di approssimazione si realizza in due processi ciclici, il primo che viene ripetuto per ogni classe

della distribuzione trasformata, il secondo (controllato dal precedente) che si ripete tante volte quante sono le sottoclassi contenute in ogni classe della distribuzione trasformata. In quest'ultimo processo, ad ogni ciclo il contatore delle sottoclassi viene incrementato di una unità e il peso della sottoclasse originaria esaminata viene riversato nella componente del vettore delle frequenze trasformate.

Successivamente si effettua un controllo per stabilire se la sottoclasse in questione è l'ultima della classe originaria in esame: se non è l'ultima le operazioni viste si ripetono; altrimenti, è necessario ricalcolare le quantità iniziali in base ai dati della classe originaria successiva.

In definitiva, ad ogni ciclo della procedura dominante corrisponde il calcolo completo di una componente del vettore delle frequenze trasformate.

Richiamando nel sottoprogramma il numero di classi della distribuzione originaria e il vettore delle frequenze in corrispondenza osservate, nonché il numero di classi scelto per la distribuzione trasformata, si ottiene in questo modo la stima delle frequenze per la distribuzione trasformata (stima delle frequenze che sarebbero state osservate nel caso si fossero utilizzate nella ripartizione dei dati elementari N_2 classi invece di N_1).

VALIDITÀ DELL'APPROSSIMAZIONE: CRITERI DI CONTROLLO E RISULTATI

Il controllo della validità dell'approssimazione proposta è stato effettuato per diversi gruppi di dati. In ogni caso è stato utilizzato lo schema che segue.

Stabilito inizialmente un certo numero di classi N_1 , sono state calcolate le corrispondenti frequenze $\{F1_i\}$ per ripartizione di osservazioni elementari: questa distribuzione simula la distribuzione osservata.

Successivamente, lo stesso gruppo di dati è stato ripartito in un numero N_2 di classi: si sono così ottenute altre frequenze, diciamo $\{F2_i\}$, che non sono altro che i valori veri delle frequenze incognite.

Tramite le frequenze osservate $\{F1_i\}$ sono state poi stimate, con il procedimento di approssimazione, le frequenze corrispondenti ad una suddivisione dei dati originali in N_2 classi. Il confronto tra queste ultime frequenze, che chiameremo $\{S_i\}$, e le frequenze « vere » $\{F2_i\}$, permette di valutare la bontà dell'approssimazione adottata.

È bene notare che quando si opera con frequenze assolute è necessario trasformare i valori $\{S_i\}$, in generale non interi, in numeri interi.

In questo caso, date le approssimazioni necessarie, può accadere che la somma delle frequenze così ottenute non coincida con il numero totale delle osservazioni di partenza.

Essendo state utilizzate frequenze assolute nel collaudo del procedimento, si è operata, a seconda del caso, una correzione per incrementare le frequenze approssimate per difetto o diminuire le frequenze approssimate per eccesso.

Le istruzioni relative a questa correzione sono riportate in Fig. 2b.

Nelle Tab. 1 e 2 sono riportati i risultati dei collaudi effettuati con tre gruppi di dati diversamente numerosi (rispettivamente 1120, 110 e 37 dati).

L'aderenza della distribuzione trasformata (stimata) alla distribuzione vera è stata misurata in termini di « scostamento percentuale » (GINI & POMPILJ, 1969). La significatività dello scostamento percentuale osservato è stata valutata mediante l'impiego del test di Kolmogorov & Smirnov per un campione (SIEGEL, 1967).

1^a situazione: $N_1 < N_2$ (Tab. 1 a, b).

La Tab. 1 riporta i risultati delle prove in cui il numero di classi della distribuzione originaria era sempre minore del numero di classi della distribuzione trasformata (stimata). Come si osserva, più N_1 è piccolo rispetto a N_2 , più (in media) peggiora l'aderenza. Il procedimento appare particolarmente critico per $N_1 = 5$, dove in tutti i casi, per il gruppo più numeroso, il test di Kolmogorov & Smirnov segnala alta significatività.

Indipendentemente dalla significatività, che negli altri due gruppi non è mai presente, probabilmente perché meno numerosi, si può osservare come al diminuire del numero di dati lo scostamento percentuale tra la distribuzione vera e quella trasformata (stimata) aumenti rapidamente.

2^a situazione: $N_1 > N_2$ (Tab. 2 a, b).

Diversi sono i risultati quando il numero di classi della distribuzione originaria è maggiore del numero di classi della distribuzione trasformata. In questo caso si osserva che l'approssimazione risulta « in media » tanto migliore quanto maggiore è il numero di dati del gruppo e quanto più N_1 differisce da N_2 . Indicativamente, quando N_2 raggiunge valori intorno a $N_1/2$ l'accordo diviene eccellente per il gruppo più numeroso, mentre per i gruppi restanti si ha un'aderenza soddisfacente (scostamenti variabili tra 0 e 10 %).

Va osservato che l'aderenza, in termini di scostamento percentuale, pur tenendo a migliorare (o peggiorare) al crescere della differenza tra N_1 e N_2 , non ha un andamento monotono (v. Tab. 1 b e 2 b). È per questa ragione che il variare dell'aderenza, in entrambe le situazioni, va inteso « in media ».

Collaudo della procedura di approssimazione (N1 < N2)

Sono riportati i risultati ottenuti per i tre gruppi di dati utilizzati (rispettivamente 1120, 110 e 37 dati). N1 è il numero di classi della distribuzione originaria; N2 quello della distribuzione trasformata; D è lo scostamento assoluto (somma dei valori assoluti delle differenze tra le frequenze attese e le frequenze stimate, estesa a tutte le classi della distribuzione tra-

sformata: $D = \sum_1^{N_2} |F_{\text{teor-teo}} - F_{\text{stimate}}|$; D % è lo scostamento percentuale (rapporto

percentuale tra lo scostamento assoluto e la somma di tutte le frequenze della distribuzione); KS è il valore osservato del test di Kolmogorov & Smirnov. Le notazioni * e ** indicano rispettivamente un risultato significativo (P < 0.05) e altamente significativo (P < 0.01). In tutti gli altri casi il risultato del test è non significativo.

			n=1120			n=110			n=37		
N1	N2		D	D%	KS	D	D%	KS	D	D%	KS
40	50	40.	1.6	.00397	22.	20.0	.02727	16.	43.2	.05405	
30	50	60.	5.4	.01161	32.	29.1	.02727	22.	59.5	.08108	
20	50	124.	11.1	.02232	40.	36.4	.04545	20.	54.1	.13514	
10	50	256.	22.9	.03839	56.	50.9	.05455	20.	54.1	.08108	
5	50	378.	33.7	.06696 **	64.	58.2	.09091	32.	86.5	.10811	
30	40	54.	4.8	.01161	32.	29.1	.02727	14.	37.8	.02703	
20	40	156.	13.9	.02679	40.	36.4	.04545	18.	48.6	.10811	
10	40	254.	22.7	.04375 *	56.	50.9	.07273	18.	48.6	.08108	
25	30	50.	4.5	.01161	26.	23.6	.02727	16.	43.2	.05405	
20	30	106.	9.5	.01964	28.	25.5	.02727	8.	21.6	.02703	
15	30	184.	16.4	.03036	38.	34.5	.03636	16.	43.2	.10811	
10	30	260.	23.2	.04107 *	50.	45.5	.06364	12.	32.4	.08108	
5	30	378.	33.7	.06964 **	70.	63.6	.10909	22.	59.5	.13514	
20	25	68.	6.1	.01161	28.	25.5	.02727	16.	43.2	.02703	
15	25	130.	11.6	.02321	28.	25.5	.02727	14.	37.8	.02703	
10	25	218.	19.5	.04018	36.	32.7	.04545	16.	43.2	.08108	
5	25	376.	33.6	.07143 **	58.	52.7	.11818	22.	59.5	.10811	
15	20	84.	7.5	.01518	24.	21.8	.02727	8.	21.6	.05405	
10	20	230.	20.5	.03482	38.	34.5	.05455	6.	16.2	.05405	
5	20	364.	32.5	.06875 **	52.	47.3	.09091	22.	59.5	.10811	
10	15	136.	12.1	.02589	24.	21.8	.06364	8.	21.6	.02703	
5	15	356.	31.8	.07054 **	50.	45.5	.10000	16.	43.2	.10811	
5	10	334.	29.8	.06429 **	46.	41.8	.09091	20.	54.1	.13514	
40	41	36.	3.2	.00893	24.	21.8	.02727	14.	37.8	.05405	
40	43	24.	2.1	.00536	26.	23.6	.01818	18.	48.6	.05405	
40	45	22.	2.0	.00357	32.	29.1	.02727	12.	32.4	.05405	
40	47	28.	2.5	.00536	26.	23.6	.05455	16.	43.2	.05405	
40	49	30.	2.7	.00714	26.	23.6	.03636	16.	43.2	.05405	
30	31	36.	3.2	.00714	20.	18.2	.02727	10.	27.0	.05405	
30	33	38.	3.4	.00536	22.	20.0	.02727	12.	32.4	.05405	
30	35	36.	3.2	.00625	24.	21.8	.01818	16.	43.2	.05405	
30	37	36.	3.2	.01071	30.	27.3	.03636	10.	27.0	.05405	
30	39	30.	2.7	.00893	28.	25.5	.03636	18.	48.6	.05405	
20	21	102.	9.1	.02054	22.	20.0	.03636	8.	21.6	.05405	
20	23	76.	6.8	.01964	26.	23.6	.02727	8.	21.6	.05405	
20	25	68.	6.1	.01161	28.	25.5	.02727	16.	43.2	.02703	
20	27	78.	7.0	.02232	24.	21.8	.02727	14.	37.8	.08108	
20	29	86.	7.7	.01964	24.	21.8	.03636	10.	27.0	.05405	
10	11	152.	13.6	.04018	22.	20.0	.04545	4.	10.8	.02703	
10	12	126.	11.2	.02589	28.	25.5	.03636	6.	16.2	.02703	
10	13	112.	10.0	.02768	14.	12.7	.04545	10.	27.0	.02703	
10	14	188.	16.8	.03750	30.	27.3	.04545	12.	32.4	.05405	
10	15	136.	12.1	.02589	24.	21.8	.06364	8.	21.6	.02703	
10	16	194.	17.3	.04107 *	26.	23.6	.03636	6.	16.2	.05405	
10	17	152.	13.6	.03571	28.	25.5	.04545	10.	27.0	.02703	
10	18	152.	13.6	.02857	30.	27.3	.03636	8.	21.6	.05405	
10	19	164.	14.6	.04107 *	32.	29.1	.05455	12.	32.4	.05405	
5	6	242.	21.0	.06875 **	36.	32.7	.10000	8.	21.6	.10811	
5	7	290.	25.9	.05982 **	34.	30.9	.09091	12.	32.4	.10811	
5	8	222.	19.8	.05804 **	24.	21.8	.06364	10.	27.0	.08108	
5	9	288.	25.7	.06964 **	38.	34.5	.10000	8.	21.6	.08108	
5	10	334.	29.8	.06429 **	46.	41.8	.09091	20.	54.1	.13514	
5	11	274.	24.5	.06339 **	42.	38.2	.10000	14.	37.8	.10811	
5	12	296.	26.4	.06964 **	36.	32.7	.10000	20.	54.1	.05405	
5	13	298.	26.6	.06696 **	42.	38.2	.08182	22.	59.5	.16216	
5	14	300.	26.8	.06518 **	44.	40.0	.09091	20.	54.1	.08108	
5	15	356.	31.8	.07054 **	50.	45.5	.10000	16.	43.2	.10811	

a

b

Collaudo della procedura di approssimazione ($N_1 > N_2$)

Anche in questo caso sono riportati i risultati ottenuti con i tre gruppi diversamente numerosi. Le notazioni utilizzate sono le stesse della Tab. 1.

N1	N2	n=1120			n=110			n=37		
		D	D%	KS	D	D%	KS	D	D%	KS
50	40	38.	3.4	.00625	20.	18.2	.01818	8.	21.6	.05405
50	30	32.	2.9	.00804	18.	16.4	.01818	10.	27.0	.05405
50	20	6.	0.5	.00179	10.	9.1	.01818	2.	5.4	.02703
50	10	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
50	5	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
40	30	28.	2.5	.00804	20.	18.2	.01818	6.	16.2	.02703
40	20	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
40	10	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
30	25	14.	1.2	.00179	16.	14.5	.01818	16.	43.2	.05405
30	20	12.	1.1	.00179	8.	7.3	.01818	4.	10.8	.02703
30	15	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
30	10	2.	0.2	.00089	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
30	5	4.	0.4	.00179	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
25	20	12.	1.1	.00179	20.	18.2	.02727	8.	21.6	.05405
25	15	12.	1.1	.00268	8.	7.3	.01818	2.	5.4	.02703
25	10	8.	0.7	.00179	8.	7.3	.01818	4.	10.8	.02703
25	5	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
20	15	20.	1.8	.00357	12.	10.9	.03636	4.	10.8	.02703
20	10	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
20	5	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
15	10	18.	1.6	.00446	10.	9.1	.02727	10.	27.0	.08108
15	5	2.	0.2	.00089	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000
10	5	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000	-0.	-0.0	.00000

a

50	49	46.	4.1	.00893	34.	30.9	.03636	18.	48.6	.02703
50	47	32.	2.9	.00982	30.	27.3	.04545	14.	37.8	.05405
50	45	30.	2.7	.00536	28.	25.5	.02727	14.	37.8	.02703
50	43	30.	2.7	.00446	30.	27.3	.02727	10.	27.0	.05405
50	41	36.	3.2	.00446	24.	21.8	.01818	12.	32.4	.02703
30	29	38.	3.4	.00893	18.	16.4	.02727	10.	27.0	.05405
30	27	22.	2.0	.00536	20.	18.2	.02727	12.	32.4	.05405
30	25	14.	1.2	.00179	16.	14.5	.01818	16.	43.2	.05405
30	23	16.	1.4	.00357	22.	20.0	.01818	6.	16.2	.05405
30	21	44.	3.9	.01071	20.	18.2	.01818	8.	21.6	.05405
20	19	86.	7.7	.01964	20.	18.2	.04545	8.	21.6	.05405
20	17	32.	2.9	.00804	10.	9.1	.02727	8.	21.6	.02703
20	15	20.	1.8	.00357	12.	10.9	.03636	4.	10.8	.02703
20	13	48.	4.3	.01696	8.	7.3	.01818	6.	16.2	.02703
20	11	42.	3.7	.01518	14.	12.7	.02727	2.	5.4	.02703

b

CONCLUSIONI

Il procedimento proposto sembra essere di validità generale, nel senso che il test di Kolmogorov & Smirnov non distingue tra la distribuzione vera e quella stimata, se non in casi al limite delle normali applicazioni.

Tuttavia, indipendentemente dai risultati del test, l'aderenza tra le due distribuzioni (in termini di scostamento percentuale) non appare molto soddisfacente in tutti quei casi in cui il numero di classi della distribuzione stimata è relativamente grande rispetto al numero di classi della distribuzione originaria.

Pertanto, nell'applicazione del procedimento ad uno dei problemi pratici cui si era accennato nell'introduzione, appare conveniente ridurre la distribuzione con il maggior numero di classi a quella col minor numero, vista l'alta affidabilità dell'approssimazione per la situazione $N1 > N2$.

APPENDICE.

Generalizzazione dell'algoritmo

L'algoritmo presentato può essere generalizzato senza variarne sostanzialmente la struttura.

Una prima estensione si ottiene eliminando la restrizione relativa alla ampiezza delle classi (condizione *b*). A questo scopo basta conoscere gli estremi di ogni classe, tramite i quali si deve calcolare di volta in volta il numero di sottoclassi, che è ora variabile da classe a classe. ■

Una seconda estensione si realizza rimuovendo la condizione di uniformità richiesta all'interno della classe (condizione *a*). È necessario in questo caso conoscere l'andamento della distribuzione all'interno di ogni classe e calcolare in base a questo il peso di ogni sottoclasse, dato che quest'ultima grandezza non è ora più costante all'interno della classe.

Occorre, quindi, per quanto riguarda il programma di elaborazione, disporre di una « function » per il calcolo del peso di ogni sottoclasse esaminata. Naturalmente, se gli andamenti (reali o presunti) variano da classe a classe, sono necessarie più « function » e occorrono opportuni indici per guidare il sottoprogramma nella scelta della « function » da utilizzare ogni volta.

Ringrazio il Prof. Cesare Rossi per i suoi suggerimenti; il Prof. Gino Farchi per avermi consentito di utilizzare l'elaboratore IBM 7040 dei Laboratori di Fisica; infine, l'operatore Sig. Bruno Giuli e il perito analista Sig. Ettore Maroccia per la consueta collaborazione.

Ricevuto il 15 ottobre 1974.

Accettato il 30 ottobre 1974.

BIBLIOGRAFIA

- GINI, C. & G. POMPILI, 1969. Metodologia Statistica: Integrazione e Comparazione dei Dati, *Enciclopedia delle Matematiche Elementari* diretta da L. Berzolari, vol. III, parte 3^a, Hoepli, Milano.
- SIEGEL, S., 1967. *Statistica non parametrica per le scienze del comportamento*, trad. italiana di F. Traina, ed. OS, Firenze 1967.
- TAGGI, F., 1974. Programmi e Sottoprogrammi di Utilità per Elaborazione Elettronica, *Fasc. I, Rapp. Laboratori di Chimica dell'ISS RDR/74.01*.