

50. LA SENSIBILITÀ DELLE BILANCIE.

La sensibilità degli apparecchi che servono a pesare, del tipo della bilancia, è la proprietà che essi hanno di rivelare piccole variazioni o differenze di peso fra i due carichi che vengono confrontati.

Quanto minore è il sopraccarico che produce un mutamento visibile e apprezzabile nella posizione di equilibrio, tanto maggiore è la sensibilità che lo strumento possiede.

Tale sensibilità, come è noto, è suscettibile di una rappresentazione matematica, ricorrendo a procedimenti simili al seguente.

Si rappresentino con a e b i bracci di un giogo (fig. 1), appositamente supposti asimmetrici, per conferire alla dimostrazione carattere di generalità; siano β e γ gli angoli che essi formano con la congiungente il baricentro G del giogo con l'asse di sospensione S ; sia π il peso del giogo e d la distanza GS ; siano P' e Q due pesi di cui sono carichi i bracci a e b , e tali che sia:

$$P'asen\beta = Qbsen\gamma.$$

Sotto l'azione di tali pesi lo strumento assume la stessa posizione di equilibrio che aveva il giogo scarico, vale a dire col baricentro G del solo giogo su la verticale passante per l'asse S di sospensione.

Supponiamo ora che P' subisca un piccolissimo aumento di peso p , tale che sia $P' + p = P$.

Tale aumento produrrà una variazione nella posizione di equilibrio del giogo, il quale, compiuto un certo numero di oscillazioni, si arresterà in una posizione che si può derivare da quella iniziale mediante la rotazione di un angolo α .

In questa nuova posizione la condizione di equilibrio è espressa dalla relazione:

$$Pasen(\beta - \alpha) = \pi dsen\alpha + Qbsen(\gamma + \alpha).$$

Da questa equazione si possono ricavare con semplici trasformazioni le relazioni seguenti:

$$Pa(\text{sen}\beta\cos\alpha - \cos\beta\text{sen}\alpha) = \pi d\text{sen}\alpha + Qb(\text{sen}\gamma\cos\alpha + \cos\gamma\text{sen}\alpha)$$

$$Pa(\text{sen}\beta - \cos\beta\text{tg}\alpha) = \pi d\text{tg}\alpha + Qb(\text{sen}\gamma + \cos\gamma\text{tg}\alpha)$$

$$Pa\text{sen}\beta - Pa\cos\beta\text{tg}\alpha = \pi d\text{tg}\alpha + Qb\text{sen}\gamma + Qb\cos\gamma\text{tg}\alpha$$

$$Pa\text{sen}\beta - Qb\text{sen}\gamma = \text{tg}\alpha(\pi d + Pa\cos\beta + Qb\cos\gamma)$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{Pa\text{sen}\beta - Qb\text{sen}\gamma}{\pi d + Pa\cos\beta + Qb\cos\gamma} \quad (1)$$

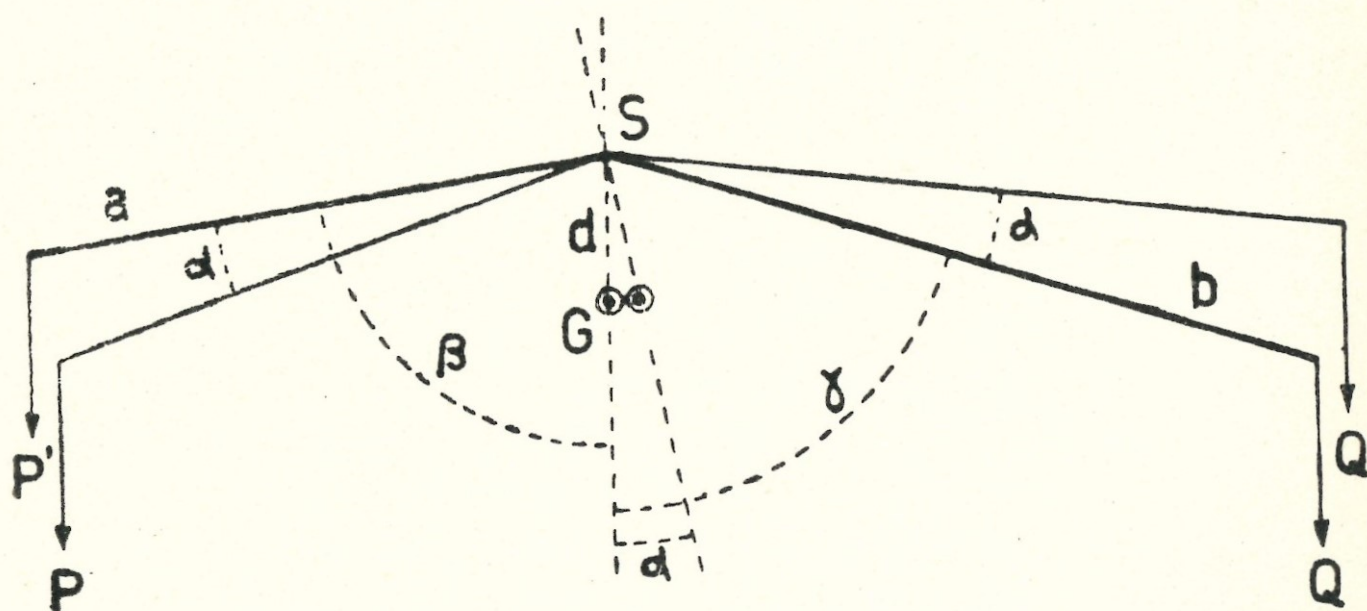


FIG. 1.

Da questa formula, ricordando che $P = P' + p$, e che $P'\text{sen}\beta = Qb\text{sen}\gamma$, si passa facilmente alle seguenti:

$$\text{tg}\alpha = \frac{P'\text{sen}\beta + p\text{sen}\beta - Qb\text{sen}\gamma}{\pi d + Pa\cos\beta + Qb\cos\gamma}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{p\text{sen}\beta}{\pi d + Pa\cos\beta + Qb\cos\gamma} \quad (2)$$

Poichè le oscillazioni del giogo, contenute nei limiti della scala, sono di piccola ampiezza, si può praticamente ammettere la eguaglianza degli archi con le relative tangenti. E si può pure ammettere che nella formula

$$\frac{\text{tg}\alpha}{p} = \frac{a\text{sen}\beta}{\pi d + Pa\cos\beta + Qb\cos\gamma}$$

ottenuta dalla (2) dividendo per p i due membri dell'eguaglianza, $\frac{\text{tg}\alpha}{p}$, malgrado la non proporzionalità degli archi con le tangenti, rappresenti numericamente la tangente dell'angolo di rotazione prodotto dalla unità di peso, e, come tale, possa essere assunta a rappresentare la sensibilità dello strumento.

A questo stesso risultato del resto, senza ricorrere alla eguaglianza dei piccoli archi con le relative tangenti, si perviene se, invece di porre $P = P' + p$, si suppone $P = P' + 1$, vale a dire se P' varia dell'unità di peso.

Allora la formula (1) diviene

$$\text{tg}\alpha = \frac{(P' + 1)\text{asen}\beta - Q\text{bsen}\gamma}{\pi d + P\text{acos}\beta + Q\text{bcos}\gamma}$$

da cui

$$\text{tg}\alpha = \frac{P'\text{asen}\beta + \text{asen}\beta - Q\text{bsen}\gamma}{\pi d + P\text{acos}\beta + Q\text{bcos}\gamma} = \frac{\text{asen}\beta}{\pi d + P\text{acos}\beta + Q\text{bcos}\gamma}$$

dove, essendo α la rotazione prodotta dalla unità di peso, la sua tangente può essere numericamente assunta come misura della sensibilità.

Dalla formula

$$\text{tg}\alpha = \frac{\text{asen}\beta}{\pi d + P\text{acos}\beta + Q\text{bcos}\gamma}$$

si rileva che la sensibilità è proporzionale direttamente alla lunghezza del braccio di leva, e diminuisce con l'aumentare del carico, del peso del giogo e della distanza del suo baricentro dell'asse di sospensione.

Dalla formula

$$\frac{\text{tg}\alpha}{p} = \frac{1}{p} \cdot \frac{P\text{asen}\beta - Q\text{bsen}\gamma}{\pi d + P\text{acos}\beta + Q\text{bcos}\gamma}$$

si rileva che la sensibilità, $(\frac{\text{tg}\alpha}{p})$, a meno di un fattore p , è espressa da un rapporto in cui:

il binomio che figura a numeratore è la somma algebrica dei momenti dello strumento carico, ricondotto figuratamente nella posizione di

equilibrio a vuoto; tenendo presente che, assunta la linea SG come origine degli angoli, sono di segno contrario gli angoli situati da parti opposte di essa;

la espressione che figura a denominatore è la somma dei momenti del giogo e dei pesi P e Q rispetto all'asse di sospensione, quando si supponga di ruotare il giogo di 90° , in modo che divenga orizzontale (fig. 2), la congiungente l'asse di sospensione S col baricentro G, tenendo presente che se gli angoli β e γ superano 90° i loro coseni divengono negativi, ciò che, come apparisce dalla fig. 1 e dalla formula che esprime la sensibilità, porta un aumento della sensibilità stessa, ma la possibilità che il giogo divenga folle.

In armonia con quanto precede si può rilevare la significazione che assume la formula (1) nel caso speciale di $P = P' + 1$.

Essa dice che:

in un apparecchio che serve a pesare, carico di pesi equilibrati a zero, la sensibilità è espressa dal rapporto fra i valori che assume virtualmente il momento del giogo nella posizione di equilibrio a vuoto e in quella ruotata di 90° , quando uno dei carichi varia della unità di peso.

Quanto precede non ha lo scopo di determinare la sensibilità degli strumenti da pesare, ma di chiarire quale sia la sua relazione con le caratteristiche dello strumento.

E' noto infatti che la sensibilità si determina praticamente con procedura sperimentale, mentre è pure noto che la realizzazione di strumenti sufficientemente sensibili è affidata a criteri generali di costruzione che rendono superfluo lo studio del caso per caso.

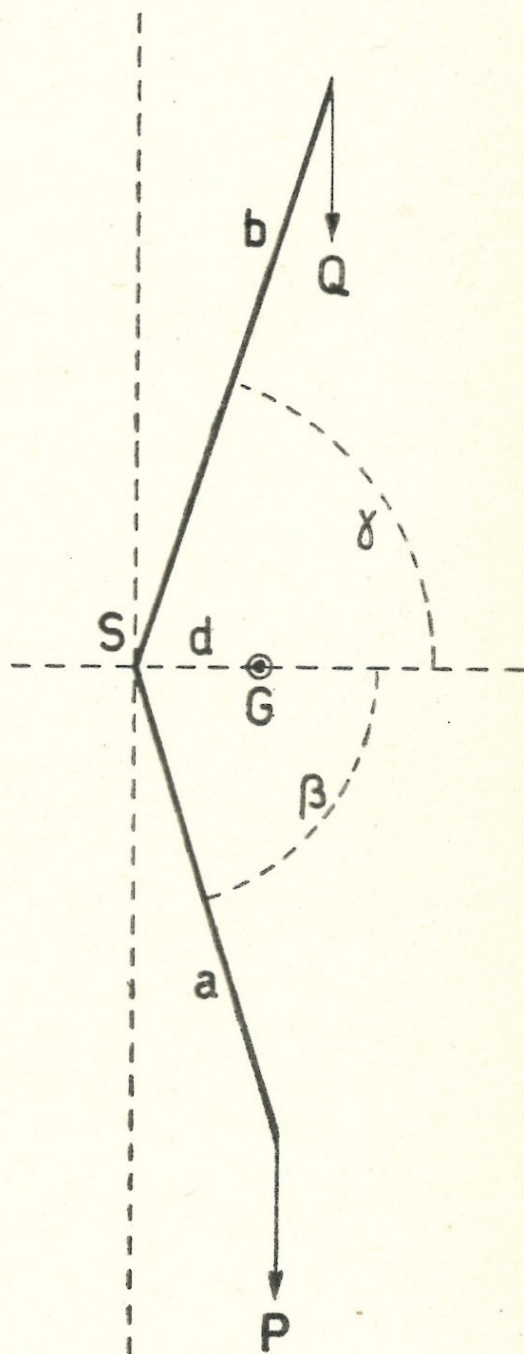


FIG. 2.

In questa nota si è voluto mettere in evidenza una speciale interpretazione della formula rappresentativa della sensibilità, considerata oltre che nella forma di una espressione semplicemente razionale anche in quella esplicativa di una significazione meccanica del suo valore.

RIASSUNTO

Si prospetta una significazione meccanica della formula che esprime la sensibilità della bilancia.

SUMMARIUM

Mechanica quaedam breviter proponitur significatio formulae illius, qua trutinarum sensibilitas, quam dicimus, exprimitur.

Roma. — Istituto di Sanità Pubblica - Laboratorio di Chimica.

