

40. Ugo SELLERIO. — Ciclo di Carnot e cicli frigoriferi a compressione di vapore saturo.

Riassunto. — Si confrontano alcuni cicli frigoriferi reali a compressione di vapore saturo e con sottoraffreddamento, con il ciclo inverso di Carnot. Si trova che, al disotto di una particolare temperatura di sottoraffreddamento — che vien chiamata temperatura neutra — alcuni cicli pratici hanno un coefficiente di effetto utile superiore a quello del ciclo inverso di Carnot.

Résumé. — On compare quelques uns des cycles frigorifiques réels à compression de vapeur saturée et avec sous-refroidissement, avec le cycle inversi de Carnot. On trouve que, au dessous d'une température particulière de sous-refroidissement (que l'on appelle température neutre) certains cycles en pratique ont un coefficient d'effet utile supérieur à celui du cycle inversi de Carnot.

Summary. — Some of the actual supercooled saturated vapor compression refrigeration cycles are compared with the inverse Carnot cycle. It has been found that, below a certain temperature of supercooling — which is called neutral temperature — some of the actual cycles have a coefficient of useful performance which is higher than that of the inverse Carnot cycle.

Zusammenfassung. — Es werden einige reellen durch gesättigten Dampf und durch Unterkühlung erzeugten Kälteprozessenkreise mit dem umkehrten Carnotsprozess verglichen.

Dabei wird es festgestellt dass unterhalb einer gewissen Untekühlungstemperatur — die Neutraltemperatur genannt wird — einige praktischen Kreisprozessen giebt die eine höhere Wirkungsahl als die des Carnotskreisprozessen erweisen.

E' noto che una macchina termica che lavora secondo il ciclo diretto di Carnot ha un rendimento superiore a quello delle macchine che lavorano secondo altri cicli, o meglio, che il ciclo diretto di Carnot presenta un'indiscussa superiorità su tutti gli altri cicli immaginabili.

Il ciclo inverso di Carnot è stato pure prescelto quale ciclo di riferimento al quale vengono paragonati gli altri cicli frigoriferi reali.

Questo criterio di paragone sembra opportuno per avere un indirizzo unico e semplice col quale potersi intendere quando si vogliono giudicare di per se stessi o paragonare tra di loro i rendimenti termici di impianti frigoriferi. Mi preme, tuttavia, di far rilevare un punto sul quale spesso si sorvola.

Il presupposto che consacra l'eccellenza del ciclo di Carnot invertito è che esso venga confrontato con altri cicli bitermici. La dimostrazione che il ciclo di Carnot invertito presenta un coefficiente di effetto utile superiore a quello degli altri cicli bitermici, venne fatta in modo rigoroso da S. A. EWING ⁽¹⁾. La conclusione non ha più valore quando l'agente frigorifero scambia calore con altri corpi a più di due temperature. E appunto accade anche nelle comuni macchine frigorifere a compressione di vapore saturo di trovare, almeno in linea teorica, coefficienti di effetto utile superiori a quello del ciclo di Carnot invertito.

La cosa si vede facilmente ricorrendo al diagramma entropico. Supponiamo, dapprima, per maggiore semplicità, che la macchina abbia l'espansore ma che l'espansione adiabatica sia preceduta da sottoraffreddamento. Il ciclo ha la forma della fig. 1.

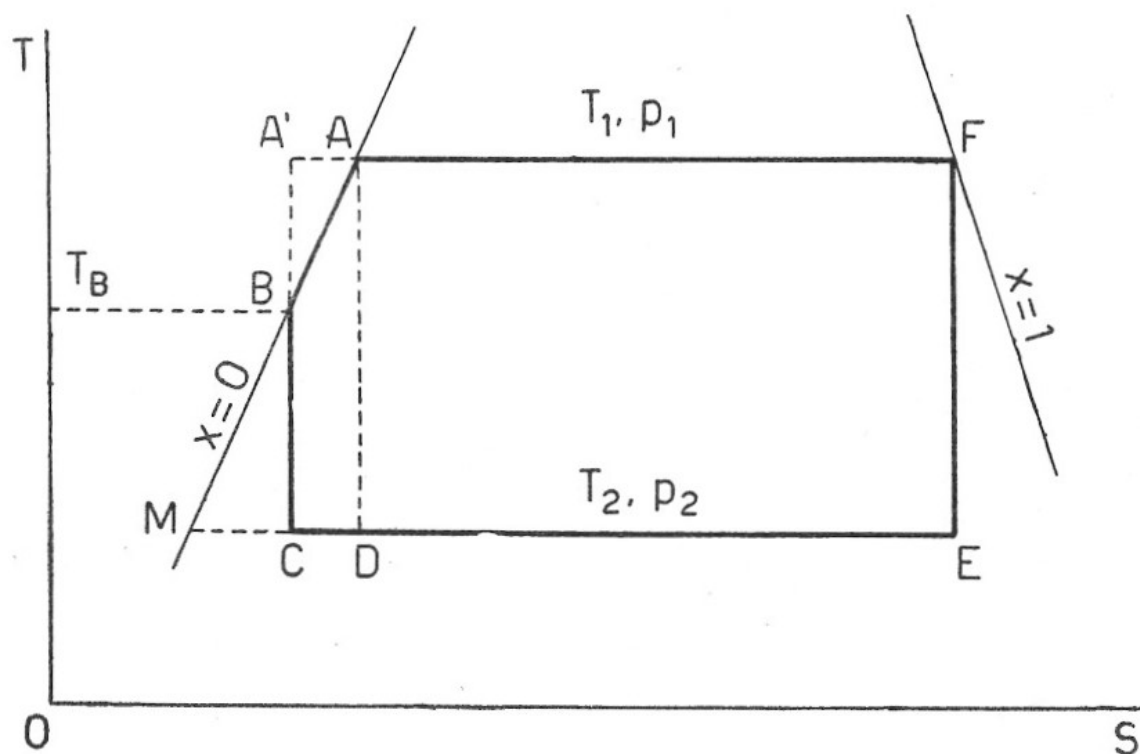


Fig. 1. - Ciclo frigorifero nella regione del vapor saturo, con espansione adiabatica preceduta da sotto-raffreddamento.

⁽¹⁾ Termodinamica tecnica (trad. Foà), Milano, 1927, ed. Vallardi; oppure: A. SELLERIO: Fisica Tecnica, Vol. II, Ed. Pezzino, Palermo, 1951.

Indicando con Q_2 le frigorifiche prodotte, misurate dall'area sottostante a CE, il coefficiente di effetto utile teorico è dato da

$$\eta = \frac{Q_2}{AL} \quad (1)$$

dove AL è il lavoro misurato in unità termiche. Questo è quindi equivalente all'area del ciclo, e sarà dunque

$$\eta = \frac{Q_2}{\text{area ABCEFA}} \quad (2)$$

Il corrispondente ciclo di Carnot invertito è notoriamente rappresentato da un rettangolo che ha la base sull'isoterma T_2 ed il lato superiore sull'isoterma T_1 . Possiamo prendere come base CE, in modo da avere le stesse frigorifiche; il rettangolo è perciò A'CEFA' ed il coefficiente di effetto utile presentato da questo ciclo di Carnot invertito, è:

$$\varepsilon_c = \frac{Q_2}{\text{area A'CEFA'}} \quad (3)$$

$$\varepsilon_c = \frac{Q_2}{\text{area ABCEFA} + \text{area AA'BA}} \quad (3')$$

Si ha dunque,

$$\eta > \varepsilon_c \quad (4)$$

* * *

Passiamo ora al ciclo consueto con laminazione preceduta da sottoraffreddamento del liquido prima dell'ingresso nella valvola di espansione (fig. 2). Com'è noto, nei casi ordinari, il sottoraffreddamento segue con grande approssimazione la linea $x = 0$.

Abbiamo qui la trasformazione irreversibile BC e quindi l'intero ciclo è irreversibile; si dimostra che il lavoro durante il ciclo è dato dalla somma dell'area racchiusa entro il contorno del ciclo stesso, più la somma dell'area compresa tra la curva limite $x = 0$ (più esattamente tra l'isobara p_1 che, nella regione del liquido, per quanto precedentemente detto, si può considerare coincidente con la $x = 0$), l'isoentalpica BC e l'isoterma inferiore T_2 . In altre parole, all'area del ciclo bisogna aggiungere quella del triangolo MBC, come se il ciclo fosse AMEFA. Per il calcolo del lavoro è comodo supporre MA rettilineo, tanto più

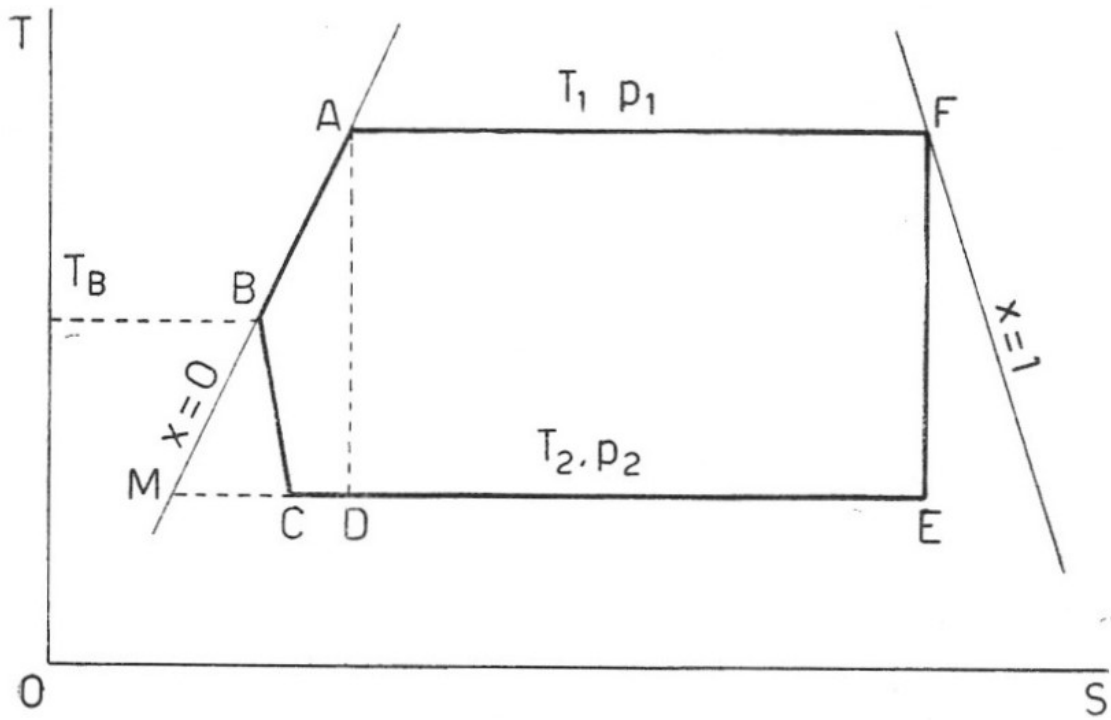


Fig. 2. - Ciclo frigorifero nella regione del vapor saturo, con espansione iso-entalpica (irreversibile) preceduta da sotto-raffreddamento.

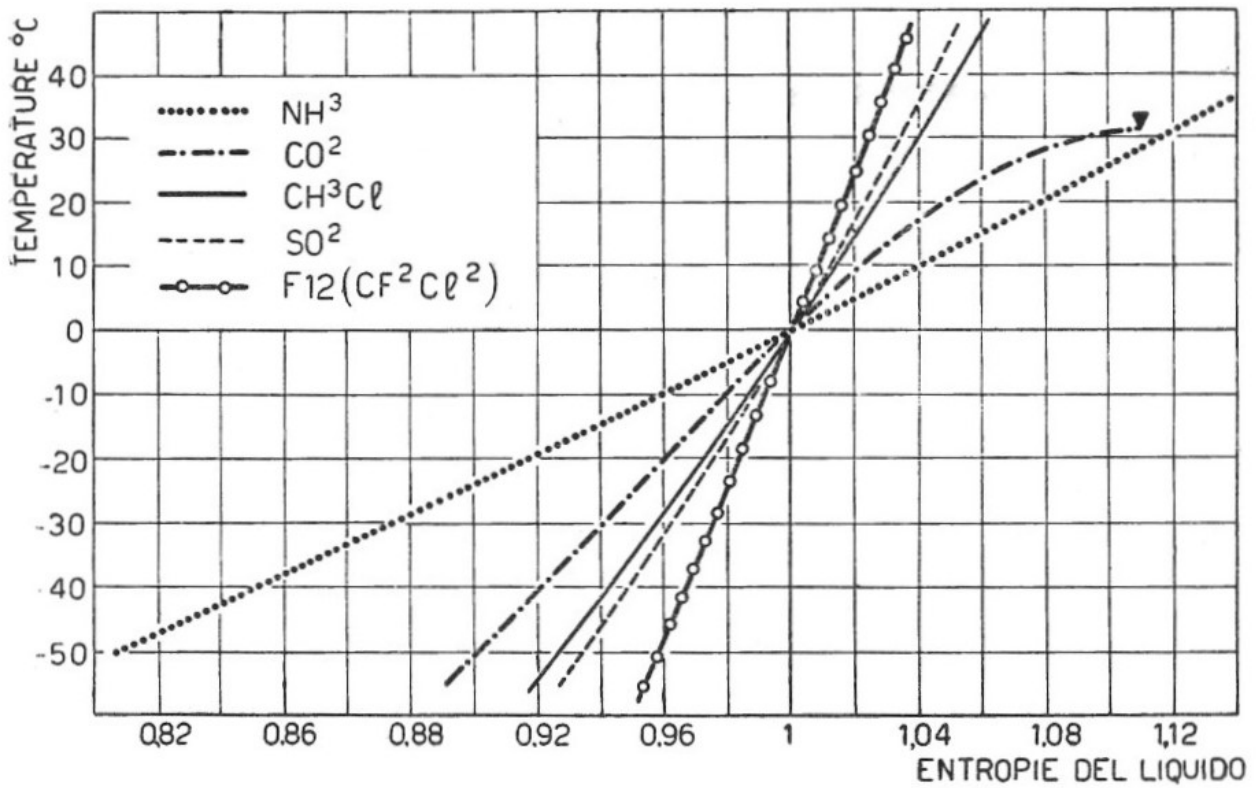


Fig. 3. - Variazione dell'entropia del liquido in funzione della temperatura, lungo la curva limite a titolo costante $x = 0$.

che gli scostamenti sono trascurabili (vedi fig. 3), quando si è lontani dal punto critico, e cioè nelle condizioni consuete di lavoro.

Avremo quindi, con le notazioni della fig. 2:

$$Q_2 = T_2 (S_E - S_C) \quad (5)$$

$$AL = (T_1 - T_2) (S_E - S_D) + \frac{1}{2} (T_1 - T_2) (S_D - S_M) \quad (6)$$

D'altra parte, si ha:

$$\frac{\eta}{\epsilon_c} = \frac{\frac{Q_2}{AL}}{\frac{T_2}{T_1 - T_2}} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} \cdot \frac{Q_2}{AL} \quad (7)$$

Introducendo in questa le espressioni (5) e (6), avremo:

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{\epsilon_c} &= \frac{2 T_2 (T_1 - T_2) (S_E - S_C)}{T_2 (T_1 - T_2) [2 (S_E - S_D) + (S_D - S_M)]} = \\ &= \frac{2 (S_E - S_C)}{2 (S_E - S_D) + (S_D - S_M)} = \frac{2 (S_E - S_C)}{(S_E - S_M) + (S_E - S_D)} \end{aligned} \quad (8)$$

Si possono ora distinguere due casi limiti, e precisamente: temperatura di sottoraffreddamento coincidente con l'isoterma superiore $T_B = T_1$, e quindi sottoraffreddamento nullo. In questo caso è ben noto che il rendimento del ciclo reale è senz'altro inferiore a quello del ciclo inverso di Carnot, e quindi si ritiene inutile esaminarlo più dettagliatamente. Secondo: temperatura di sottoraffreddamento $T_B = T_2$, cioè sottoraffreddamento spinto fino al limite massimo della temperatura di evaporazione del fluido.

In queste condizioni avremo: $C \equiv M$, e quindi $S_C = S_M$. La (8) diverrà allora:

$$\frac{\eta}{\epsilon_c} = \frac{2 (S_E - S_M)}{(S_E - S_M) + (S_E - S_D)} = \frac{2}{1 + \frac{(S_E - S_D)}{(S_E - S_M)}} \quad (9)$$

Dalla fig. 2 si vede subito che in questo caso è

$$\frac{\eta}{\epsilon_c} > 1 \quad \text{ossia} \quad \eta > \epsilon_c. \quad (10)$$

Dunque, se B coincide con A si ha un coefficiente di effetto utile inferiore a quello di Carnot; se, invece, B coincide con M si ha un coefficiente di effetto utile superiore. Esisterà quindi sulla BM un punto N tale da dare un coefficiente di effetto utile uguale. Per trovarlo, riprendiamo la (8) e poniamovi $\eta = \varepsilon_c$. Abbiamo:

$$2(S_E - S_C) = (S_E - S_M) + (S_E - S_D)$$

da cui,

$$(S_D - S_C) = (S_C - S_M)$$

o ancora,

$$S_C = \frac{S_D + S_M}{2} \quad (11)$$

il che geometricamente significa che il coefficiente di effetto utile del ciclo usuale coincide con quello del ciclo inverso di Carnot quando C è il punto medio del segmento DM. Ed essendo il titolo del vapor saturo nullo in M, segue che dev'essere

$$X_C = \frac{1}{2} X_D \quad (12)$$

Cioè: un ciclo frigorifero a compressione di vapor saturo con strozzamento e sottoraffreddamento, ha un coefficiente di effetto utile pari a quello di un ciclo di Carnot indiretto che operi tra le stesse isoterme estreme T_1 e T_2 quando il titolo del vapor saturo alla fine dello strozzamento BC è pari alla metà del titolo che il vapore avrebbe qualora alla fine della condensazione si espandesse adiabaticamente.

Vediamo ora qual'è la temperatura di sottoraffreddamento T_N che soddisfa alla (11). Detto c' il calore specifico del liquido lungo la curva $x = 0$, che possiamo ritenere costante poichè operiamo lontani dal punto critico, si ha:

$$S_D = S_A = S_M + \int_{T_2}^{T_1} c' \frac{dT}{T} = S_M + c' \log \frac{T_1}{T_2} \quad (13)$$

$$S_C = S_M + \frac{r_2}{T_2} X_C \quad (14)$$

essendo r_2 il calore di vaporizzazione del fluido alla temperatura T_2 .

Sostituendo nella (11) i valori di $\xi_D = S_A$ e di S_C forniti dalle (13) e (14), otterremo:

$$\frac{r_2}{T_2} X_c = \frac{1}{2} c' \log \frac{T_1}{T_2} \quad (15)$$

D'altra parte, detti p_1 e p_2 le pressioni del fluido alle temperature T_1 e T_2 rispettivamente (pressioni misurate in kg/m^2), v' il volume specifico del fluido prima dello strozzamento (misurato in m^3/kg), sappiamo dalla termodinamica che il titolo del vapore alla fine della trasformazione isoentalpica BC è dato dalla espressione

$$X_c = \frac{c' (T_B - T_2) + A (p_1 - p_2) v'}{r_2} \quad (16)$$

Sostituendo nella (15) questo valore, otterremo in fine, chiamando T_N il particolare valore di T_B che così si ottiene:

$$T_N = T_2 \left(1 + \frac{1}{2} \log \frac{T_1}{T_2} \right) - \frac{A}{c'} (p_1 - p_2) v' \quad (17)$$

Questa relazione fornisce il valore della temperatura di sottoraffreddamento alla quale il rendimento del ciclo considerato è pari a quello del ciclo inverso di Carnot, temperatura che si potrebbe chiamare « neutra ».

Come si vede, il 2° membro della (17) è costituito da due termini, dei quali quello di natura meccanica è trascurabile in prima approssimazione. Se ne deduce che la temperatura di sottoraffreddamento T_N è collegata con quella delle isoterme T_1 e T_2 in maniera pressochè indipendente dal fluido adoperato; il secondo termine meccanico, ci dà un'idea della lieve influenza esercitata dalla qualità del fluido usato.

Da quanto si è visto, si conclude che: se il sottoraffreddamento si spinge al disotto della *temperatura neutra* il coefficiente di effetto utile del ciclo considerato è sempre superiore a quello del ciclo inverso di Carnot. Alla temperatura $T_B = T_N$, il coefficiente di effetto utile dei due cicli è uguale. Per temperature T_B superiori a T_N il coefficiente di effetto utile del ciclo è inferiore a quello del ciclo inverso di Carnot.

Ad esempio, per l'ammoniaca, tra $T_1 = 298$ (25°C) e $T_2 = 263$ (-10°C), si ha:

$$T_N \cong 279,43 - 0,17 = 279,26 = 6,26^\circ \text{C}$$

valore questo abbastanza in accordo con una verifica sul diagramma

entropico. A tale temperatura, si ha pure $x_c = 0,059$ che è praticamente uguale a $\frac{1}{2} x_d$ ricavato dal diagramma ($x_d = 0,12$).

* * *

Mi sembra che queste considerazioni presentino interesse non solo per ragioni di principio, ma anche in vista della circostanza che in molti processi frigoriferi si opera un energico sottoraffreddamento utilizzando in uno scambiatore di calore una parte del freddo prodotta artificialmente.

Roma — Istituto Superiore di Sanità - Laboratorio d'ingegneria.
