

2. M. AGENO. — **Ricerche sul metodo e sui fondamenti della fisica.**  
**II - Sulle relazioni tra fisica e geometria.**

**Riassunto.** — Dopo aver rilevato che la definizione operativa di lunghezza, nella forma abitualmente accolta, presuppone i concetti geometrici intuitivi di retta e di punto, si discute la possibilità di un criterio, logicamente soddisfacente e che non introduca ipotesi fisiche ulteriori difficilmente verificabili, per controllare il grado di perfezione di un regolo rettilineo particolare confrontandolo in qualche modo col modello ideale. Si conclude che l'unica via soddisfacente per giungere alla introduzione del concetto fisico di lunghezza è quella (se esiste) che non fa uso dei concetti della geometria elementare.

Il programma di rendere la fisica, nei suoi fondamenti, indipendente dalla geometria viene poi realizzato, assumendo come apparecchio base il piano di prova delle officine meccaniche. I piani di prova si costruiscono infatti a tre per volta smerigliandone e levigandone assieme a due a due le superficie. Si realizza in tal modo un « piano fisico » di confronto completamente indipendente e dai concetti della geometria e dalle leggi di propagazione della luce.

Si conclude accennando ad alcune importanti conseguenze e implicazioni della nuova impostazione.

**Résumé.** — Après avoir fait noter que la définition opérative de longueur, dans sa forme généralement admise, suppose les concepts géométriques intuitifs de ligne droite et de point, on discute sur la possibilité d'un critérium, logiquement satisfaisant, qui n'introduise pas d'autres hypothèses physiques difficilement vérifiables, pour contrôler le degré de perfection d'une règle rectiligne particulière la confrontant en quelque sorte avec le modèle idéal. On arrive à la conclusion que l'unique chemin satisfaisant pour arriver à l'introduction du concept physique de longueur est celui (s'il en existe un) qui n'a pas recours aux concepts de la géométrie élémentaire.

On réalise le programme de rendre la physique indépendante de la géométrie dans ses fondements en prenant comme appareil de base le plan d'essai des usines mécaniques. Les plans d'essais se construisent en effet trois à la fois, en polissant leurs surfaces à l'émeri deux par deux.

On obtient de cette façon un « plan physique » de comparaison complètement indépendant soit des concepts géométriques, soit des lois de propagation de la lumière.

On conclut en faisant allusion à quelques importantes conséquences et développements de cette nouvelle position du problème.

**Summary.** — After having stressed the fact that the operative definition of length, in the usually accepted form, presupposes an intuitive geometric conception of a straight line and a point, the author discusses the possibility of a logically satisfying criterion which does not introduce further physical hypotheses which are difficult of proof, in order to check the degree of perfection of a determined rectilinear rule, comparing it in some way with the ideal model. He concludes that the only satisfactory way of arriving at the introduction of the physical concept of length is that which (if it exists) does not make use of elementary geometrical concepts.

The program of making physics, in its fundamentals, independent of geometry is then accomplished, taking as basic apparatus the test plane of the machine shops. Test planes, in fact, are made three at a time, grinding and smoothing the surfaces together two by two. In this way a basic « physical plane » is achieved completely independently both of geometrical concepts and of the laws of the propagation of light.

The author concludes by pointing out some important consequences and implications of the new approach to the problem.

**Zusammenfassung.** — Nachdem dargelegt worden ist, dass die operative Bestimmung der Länge in der allgemein üblichen Weise die anschaulichen geometrischen Begriffe der Geraden und des Punktes voraussetzen, wird die Möglichkeit eines logisch befriedigenden Kriteriums, das keine weiteren schwer über prüfaren physikalischen Hypothesen einführt, zur Kontrolle des Vollkommenheitsgrades eines einzelnen geradlinigen Lineals durch irgendeinen Vergleich mit seinem gedachten Modell erörtert. Die Schlussfolgerung lautet, dass der einzig befriedigende Weg (falls es überhaupt einen gibt) zur Einführung des physikalischen Begriffes der Länge der ist, der keinen Gebrauch von den Begriffen der elementaren Geometrie macht.

Der Plan, die Physik in ihren Grundlagen von der Geometrie unabhängig zu machen, wird dann durchgeführt unter Zugrundelegung der Versuchsebene der mechanischen Werkstätten als Grundapparat. Die Versuchsebenen werden in der Tat jeweils zu dritt hergestellt, wobei die Oberfläche immer bei zweien zusammen geschmirgelt und geglättet wird. Es wird auf diese Weise eine « physikalische » Vergleichsebene hergestellt, die sowohl von der Geometrie wie auch von den Gesetzen der Fortpflanzung des Lichtes völlig unabhängig ist.

Zum Schluss wird auf einige wichtige Folgerungen und Auswirkungen der neuen Betrachtungsweise hingewiesen.

---

1. - Ogni esposizione criticamente elaborata dei fondamenti della fisica non può fare a meno di prendere le mosse dall'introduzione di un certo numero di grandezze fondamentali, quali lunghezze, tempi, masse, eccetera.

Com'è ben noto, si è oggi riconosciuto che l'unica maniera soddisfacente di procedere ad una tale introduzione consiste nel dare delle grandezze in questione quella che il BRIDGMAN chiama la definizione operativa, consistente nella descrizione di un apparecchio e nell'elencazione di una serie di regole per adoperarlo. Aggiungendo a questa descrizione e a queste regole alcune definizioni opportunamente scelte, ma per il resto arbitrarie (sostanzialmente: le definizioni di uguaglianza, di somma e del campione della teoria classica della misura) si perviene ad associare a ciascun esemplare della grandezza fisica che si considera un numero, che ne rappresenta la misura rispetto al campione scelto come unità.

Si è visto in un precedente lavoro come neppure le definizioni operative delle grandezze fondamentali siano sufficienti ad escludere la necessità di successive revisioni delle basi concettuali della fisica, restando questa possibilità sempre aperta, in connessione col continuo estendersi delle nostre conoscenze e perfezionarsi dei nostri apparecchi da un lato e dall'altro lato col continuo raffinarsi dello strumento linguistico.

V'è tuttavia un altro aspetto sotto cui il problema delle definizioni operative va attentamente considerato: quello dei concetti usati nella descrizione dello strumento, delle loro origini e della loro natura. E' infatti chiaro che questi possono essere solo concetti correnti o concetti fisici di cui si sia data in precedenza la definizione operativa, a meno di non cadere in grossolane tautologie.

Lasciando per il momento da parte ogni trattazione generale della questione, questo lavoro si propone di discutere le relazioni tra i concetti della geometria elementare e le definizioni operative (essenzialmente quella di lunghezza) che di essi fanno uso.

2. - Non si dà in generale nei tratti un gran rilievo alla definizione operativa di lunghezza, in quanto si accetta per essa la ripetizione, con un regolo fisico di misura, delle operazioni ideali con cui nella geometria di Euclide si perviene alla misura di un segmento di retta. Queste operazioni presuppongono evidentemente i concetti geometrici intuitivi di retta e di punto, che sarebbero per il fisico dei concetti limiti. Essi sono in sostanza quegli enti ideali che soddisfano esattamente i postulati di appartenenza della geometria elementare, mentre tutti gli enti fisici corrispondenti li soddisfano solo con una certa approssimazione, maggiore o minore a seconda dei casi.

In queste condizioni, è naturalmente necessario un criterio che permetta di valutare il grado di perfezione di un regolo fisico particolare, confrontandolo in qualche modo col modello ideale. E siccome questo ultimo non è fisicamente realizzabile, non resta altra possibilità che quella di indagare direttamente fino a che punto i postulati di appartenenza sono effettivamente soddisfatti dal regolo fisico in esame.

Com'è chiaro, se ci si mette per questa via, che pure è sicuramente l'unica che sembri logicamente soddisfacente, è assai dubbio che si possa sensibilmente procedere se non fissando in anticipo tutta una successione di campioni ciascuno dei quali si approssimi al modello ideale meglio dei precedenti, oppure introducendo in qualche modo una regola che, dato un qualsiasi campione fisico, permetta di costruire partendo da esso un secondo campione più perfetto del primo. E' ciò che avviene ad esempio nel caso dei gas, in cui la regola per passare da un esemplare ad uno più perfetto consiste nell'aumentare il volume ed elevare la temperatura. (E' anzi probabilmente non conveniente far rientrare i concetti geometrici nell'ambito dei concetti limiti della fisica, finchè una tale regola non sia stata fissata).

E' però naturalmente lecito chiedersi, a questo punto, se una tale regola possa essere trovata: se, in altre parole, si possano fissare delle norme che indichino come vada costruito il regolo fisico di misura e contemporaneamente diano un criterio per renderlo simile quanto si vuole al suo modello ideale.

Incominciamo dall'esaminare le norme di cui si fa uso in concreto, o di cui si parla a questo proposito. Esse consistono, in sostanza, sempre nel controllare la rettilineità di un regolo fisico di misura, guardandone il filo di scorcio in modo che tutti i suoi punti vengano a sovrapporsi gli uni agli altri lungo la stessa linea di vista. In altre parole, si assume come realizzazione fisica della retta ideale il « raggio di luce » e con questo modello si controlla la rettilineità dei vari regoli particolari. Siccome d'altra parte le norme per l'impiego del regolo di misura contengono in modo essenziale l'ipotesi della validità dei postulati di appartenenza, non è che in tal modo si buttin via i concetti geometrici ma, semplicemente, si fa l'ipotesi, del tutto gratuita e del tutto estranea al problema dell'introduzione delle grandezze fisiche fondamentali, che le traiettorie luminose soddisfino esattamente i postulati di appartenenza. E quando poi in ottica si discuterà della propagazione rettilinea della luce non si farà che chiudere una grossolana tautologia.

D'altra parte, se noi cerchiamo di sostituire al « raggio di luce » come termine di confronto un qualsiasi altro modello fisico, estraneo al regolo che vogliamo costruire, incappiamo evidentemente in una diffi-

coltà del tutto analoga e non possiamo procedere che sulla base di una nuova ipotesi fisica indipendente e in larga misura gratuita.

Occorre dunque proprio controllare direttamente fino a che punto i nostri regoli soddisfino i postulati di appartenenza, senza far uso di altro che degli stessi nostri regoli imperfetti. Se si riuscisse a far ciò, diventerebbe però evidentemente del tutto inutile il ricorso iniziale agli enti geometrici ideali, o al termine fisico di confronto, perchè le norme per la costruzione dei regoli potrebbero enunciarsi senza parlare di questi.

In altre parole, *l'unica via logicamente e fisicamente soddisfacente di giungere all'introduzione del concetto fisico di lunghezza è quella (se esiste) che non fa uso di concetti della geometria elementare.*

3. - Se è vero d'altra parte che la rappresentazione intuitiva dei concetti della geometria elementare è di origine empirica, deve essere possibile evitare quella specie di circolo che consiste nel far uso di tali concetti per giungere alla costruzione di oggetti, che appartengono proprio alla classe da cui quei concetti in definitiva traggono origine. Ha quindi un senso il programma di *rendere la fisica nei suoi fondamenti indipendente dalla geometria.*

A questo proposito, è assai curioso osservare come tutte le discussioni di carattere metodologico, che coinvolgono strumenti di misura, prescindano in modo completo dalle operazioni che vengono in concreto eseguite dagli operai nelle officine dove tali strumenti si fabbricano. Sembrerebbe quasi di poter affermare che i pensatori non conoscono, in generale, l'esistenza della lima e del tornio. In realtà, le più semplici regole della meccanica d'officina (che sono poi la base di tutta la meccanica di precisione) contengono sicuramente del materiale estremamente interessante per il fisico che voglia riflettere sulle basi della sua scienza, senza lasciarsi fuorviare dagli astrattismi dei matematici. Poichè spesso, ciò che effettivamente si fa è assai diverso da ciò che si dice di fare.

V'è per esempio in ogni officina meccanica, in cui si facciano lavori di una certa precisione, un semplice strumento che prende il nome di *piano di prova* od anche piano di paragone. E' semplicemente un massiccio blocco di acciaio, una faccia del quale è stata accuratamente spianata e levigata, in modo da poter servire da termine di confronto per la planarità dei pezzi che si costruiscono in officina, la rettilineità degli spigoli, etc.

Come è stato costruito il piano di prova? In modo che una linea di vista lo sfiori ugualmente in tutti i suoi punti e in tutte le direzioni? Si è verificato che per esso valgono con buona approssimazione i postu-

lati di appartenenza della geometria elementare? Niente di tutto questo. Il piano di prova è stato effettivamente costruito senza far ricorso ad altro che non sia lo stesso piano di prova. Se ne costruiscono tre contemporaneamente, smerigliandone e levigandone le superfici una contro l'altra, finchè non le si possano far combaciare esattamente a due a due.

L'esperienza ha infatti, e da gran tempo, dimostrato che:

a) *Se si costruiscono insieme due soli piani di prova A e B, la superficie di un oggetto che combaci esattamente con A in generale non combacia con B;*

b) *Se si costruiscono insieme tre piani di prova A, B, C, la superficie di un oggetto che combaci esattamente con A combacia anche sempre con la stessa esattezza con B e con C (1).*

Inoltre, l'esperienza ha fatto vedere che se si costruiscono i piani di prova con dei blocchi di acciaio, sono poi sufficienti delle ovvie cautele perchè queste proprietà si mantengano inalterate nel tempo.

Sono evidentemente questi fatti sperimentali che costituiscono il logico punto di partenza di tutta la fisica. Realizzata infatti una terna di piani di prova, si ha a disposizione una superficie fisica di riferimento, completamente indipendente e dalle leggi di propagazione della luce e dai concetti della geometria elementare. Per indicare questa superficie, potremmo continuare ad adoperare il vocabolo « piano », ma è bene per evitare confusioni chiamarla « piano fisico ».

Com'è ovvio, partendo dal piano di prova si realizza immediatamente il campione fisico di retta. Basta a questo scopo costruire un regolo di acciaio con due superfici piane intersecantisi lungo uno spigolo. Anche questa « retta fisica » risulta del tutto indipendente sia dalle leggi della propagazione della luce, sia dai concetti della geometria elementare.

Con la realizzazione del regolo rettilineo, il programma di rendere i fondamenti della fisica indipendenti dalla geometria elementare non è naturalmente esaurito. E' però chiaro come si possa ormai procedere senza difficoltà di principio e senza la necessità di dover introdurre nuove e preoccupanti ipotesi fisiche. Le stesse norme sull'impiego del regolo al

---

(1) Dei dubbi possono nascere sul significato operativo della parola « combaciare ». Ci limitiamo a dire che l'aderire punto per punto di due superfici smerigliate e levigate assieme può essere controllato nel modo seguente. Si ricopre una delle due superfici con un sottilissimo velo di olio e si pone su di essa l'altra superficie dopo averla accuratamente detersa. Separando poi nuovamente le due superfici, quella prima detersa risulta unta di olio nelle zone e solo nelle zone in cui combacia sensibilmente con l'altra. Si ha quindi modo di individuare queste zone e di correggere punto per punto le due superfici, con un raschietto opportuno.

fine di giungere alla misura delle lunghezze potranno per esempio introdursi in modo puramente empirico, osservando direttamente le proprietà del regolo costruito. E' del resto assai probabile (rimandiamo l'indagine su questo punto ad un successivo lavoro) che parte delle leggi empiriche che traducono i postulati di appartenenza della geometria elementare sia già implicita nelle nostre leggi (a) e (b) relative al piano di prova e che quindi un altro ricorso all'esperienza per giungere alla misura delle lunghezze sia del tutto superfluo.

Ciò che ancora vogliamo mettere in evidenza è che il procedimento da noi proposto, liberando i fondamenti della fisica da tutti i concetti geometrici, permette di dare un senso preciso a una quantità di problemi che sono stati lungamente discussi da un altro punto di vista, con varie conclusioni. Per esempio, ha adesso un senso preciso il chiedersi se la struttura delle relazioni intercorrenti tra i vari oggetti fisico-geometrici, costruibili a partire dal piano di prova, sia identica o no alla struttura delle relazioni intercorrenti tra gli enti della geometria elementare di Euclide. Si dovrebbe innanzi tutto indagare (e non v'è altra via che quella dell'esperienza) se le due leggi (a) e (b) hanno validità limitata a piani di prova di piccole dimensioni o sono valide in generale per tutti i possibili piani di prova.

Un secondo esempio è costituito dal problema della propagazione della luce. Ha adesso un senso preciso il chiedersi in che condizioni ed entro quali limiti tale propagazione è rettilinea, confrontandola non con la retta geometrica ideale, ma con la retta fisica costruita a partire dal piano di prova.

E' naturalmente possibile che l'indagine approfondita su queste questioni, che ricordiamo a solo titolo di esempi, porti alla conclusione che le questioni stesse non sono poi indipendenti l'una dall'altra.

E' infine interessante notare come le due leggi (a) e (b) continuino a essere valide se dallo spazio fisico tridimensionale le trasferiamo a un ipotetico spazio fisico bidimensionale, contenuto sulla superficie di un piano od anche di una sfera. Nel caso della sfera, gli orli di ciascuna terna di superfici di prova sono, come è ovvio, archi di cerchio massimo.

Queste osservazioni aprono la via a tutta una serie di interessanti questioni sia di carattere fisico sia di carattere geometrico, che esulano per altro dal limitato programma che ci eravamo, per il momento, proposto.