

17. Gianni ASCARELLI. — Scarica a campi di bassa intensità nel germanio di tipo n. (*)

Riassunto. — Si sono eseguite misure del tempo necessario a produrre una scarica a bassa temperatura con campo elettrico basso in germanio tipo n, in funzione del campo elettrico applicato: questo tempo è risultato proporzionale a E^{-2} .

Il risultato sperimentale qui ottenuto, e i risultati ottenuti dalle misure con campi statici fatte da altri autori, possono essere spiegati, sulla base del modello di scarica con moltiplicazione a valanga, se si suppone che la funzione di distribuzione degli elettroni che hanno una energia inferiore alla energia di ionizzazione delle impurità sia data da $f(x) \propto (1 + p x) \exp - x$ (dove p è proporzionale a $(\mu_0 E)^2$ e μ_0 è uguale alla mobilità osservata per campi bassi) e che inoltre la sezione d'urto per ionizzazione per urto sia costante per $\epsilon > \epsilon_0$ e sia eguale a zero per $\epsilon < \epsilon_0$.

Summary. — Measurements of the time necessary to produce breakdown in n-type germanium have been made as a function of the applied electric field: this time interval is proportional to E^{-2} .

The experimental results presented herein, as well as the results obtained from dc measurements, can be explained (on the basis of the avalanche multiplication model of breakdown) if it is assumed that the distribution function of the electrons whose energy is smaller than the ionization energy of the impurities is given by $f(x) \propto (1 + p x) \exp - x$ (where p is proportional to $(\mu_0 E)^2$ with μ_0 equal to the observed low field mobility) and the cross section for impact ionization is constant for $\epsilon > \epsilon_0$ and equal to zero for $\epsilon < \epsilon_0$.

1. - INTRODUZIONE.

La scarica a bassa temperatura in germanio contenente impurità del gruppo III e V è stata osservata da molti Autori (¹⁻⁶). Non si ha però una spiegazione del ritardo della scarica dopo l'applicazione del campo

(*) Il presente lavoro è stato eseguito con l'aiuto di fondi della U.S. Army (Signal Corps) della U.S. Air Force (Office for Scientific Research, Air Research and Development Command) e della U.S. Navy (Office of Naval Research), in parte presso il Physics Department e Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts (U.S.A.) e in parte presso la facoltà di Fisica dell'Università di Illinois (U.S.A.).

elettrico, nè dell'origine delle oscillazioni ad alta frequenza che sono state osservate ⁽⁵⁻⁷⁾. Se si accetta la descrizione della scarica proposta da SCLAR e BURSTEIN, il ritardo della scarica ha una spiegazione simile a quella usata per le scariche nei gas ed è connesso con il tempo necessario affinché un elettrone acquisti una energia sufficiente da ionizzare un'impurità.

Se si accettano, invece, le idee proposte da KOENIG ⁽⁸⁾, il tempo richiesto per raggiungere una densità prefissata è limitato dalla corrente che può passare attraverso i contatti. Per quanto riguarda le oscillazioni di corrente nel campione in cui avviene la scarica, SCLAR e BURSTEIN le attribuiscono principalmente ai contatti mentre KOENIG suggerisce che siano provocate da effetti termici ⁽⁹⁾. REDIKER e MC WHORTER ⁽⁷⁾ fanno notare che le oscillazioni si osservano solo in cristalli con una compensazione critica.

La ionizzazione per urto di donatori e accettori, prodotta dagli elettroni « riscaldati » dalle micro onde, è stata usata nei primi lavori sulla risonanza di ciclotrone ⁽²⁾ come un mezzo per ottenere le densità di cariche libere necessarie per l'esperimento. SCLAR e BURSTEIN ⁽⁵⁾, nel loro lavoro, partendo dal fatto che la scarica in corrente continua è reversibile e che dipende dal campo anzichè dal potenziale applicato, ne ricavano che essa dovrebbe essere connessa con l'insieme del campione e non con la zona vicina ai contatti. D'altra parte, secondo KOENIG, il ritardo che si osserva nell'innescio della scarica, dipende dalla polarità del campo applicato ed è fortemente influenzato, dalla radiazione corrispondente alla temperatura ambiente che incide sul contatto polarizzato negativamente ⁽⁸⁾.

Useremo il modello proposto da SCLAR e BURSTEIN per descrivere la scarica e ricorreremo alla formulazione matematica da essi sviluppata per discutere l'accrescimento della densità elettronica.

2. - RISULTATI SPERIMENTALI.

La ricerca sperimentale segue linee simili a quelle sviluppate da MADAN e al. ⁽¹⁰⁾ per lo studio del ritardo nelle scariche gassose a bassa pressione.

I nostri campioni sono stati montati lungo l'asse di una cavità a micro onde (risuonante a 11 cm); le micro onde sono state usate come una sonda per misurare la conduttività del campione e determinare quindi l'istante in cui la densità elettronica raggiungeva un valore N arbitrario. Un impulso di corrente continua è stato applicato al campione per produrre la scarica. L'impulso è stato troncato in un tempo il più

breve possibile non appena era stata raggiunta la densità elettronica richiesta, usualmente entro un tempo inferiore al 10% del tempo necessario per raggiungere la densità N . Questi tempi erano proporzionalmente più lunghi (dell'ordine di $0,3 \mu s$) per impulsi più brevi di $1 \mu s$. E' necessario terminare rapidamente il campo prodotto dall'impulso non appena sia avvenuta la scarica (specie con impulsi lunghi) in modo da evitare il riscaldamento del campione. Problemi di riscaldamento hanno creato

TABELLA I

Caratteristiche dei campioni usati nell'esperienza

Campione	Dimensioni (mm ³)	Elemento presente come impurezza	Vita media per fotocon- duttività	Resistività a temperatura ambiente	Valore stimato per N_A (cm ³)
BTL-1	$1,98 \times 2,03 \times 22,6$	Sb	1000 μs	31,7 Ω cm	$5 \cdot 10^{11}$ (*)
LL-2	$1,4 \times 1,4 \times 1,65$	As	2310 μs	35 Ω cm	10^{12}
n WLB-28-6 (*)	$1,75 \times 1,46 \times 96,0$	Sb		$N_D = 2 \cdot 10^{13} \text{cm}^3$	$5 \cdot 10^{12}$ (**)

Il conteggio delle buche prodotte mediante attacco con CP4 dà, nel caso del campione BTL-1 un numero dell'ordine di 100 per mm² sulla faccia più piccola del parallelepipedo che costituisce il campione. Non si conoscono dati di questo tipo per gli altri campioni. Il campo di scarica in questo campione era applicato lungo la direzione (111).

(*) Koenig in misure ancora non pubblicate valuta N_A per questo campione $2 \cdot 10^{12} \text{cm}^{-3}$.

(**) Dal riferimento bibliografico (12).

particolari difficoltà nei campioni LL2 e n WLB 28-6 per tempi superiori a $100 \mu s$. Per una ulteriore discussione di questo punto confrontare (11).

La frequenza di ripetizione delle nostre misure è stata di 60 periodi, un cambiamento di frequenza a 30 periodi non altera i risultati in tutti gli intervalli in cui sono state eseguite misure. Nel caso dei campioni LL2 e n WLB 28-6 il valore asintotico del campo quando il tempo necessario ad ottenere la scarica diventa infinito è diverso del valore ottenuto nel caso in cui il campo elettrico che produce la scarica è stazionario. La differenza può essere attribuita a riscaldamento oppure, per il campione n WLB 28-6, alla geometria sfavorevole, come si è discusso in altro lavoro (11). I contatti sono stati fatti con saldature di stagno puro. La cavità era riempita di elio liquido in modo da assicurare un buon contatto termico con la superficie del campione. La densità arbitraria N era molto inferiore alla densità n_{∞} la densità che si ottiene con lo stesso campo in condizioni stazionarie. La conduttività σ_N (corrispon-

dente alla densità N) è stata scelta in corrispondenza all'istante in cui il Q della cavità raggiungeva un valore arbitrariamente prefissato, misurato dalla potenza a microonde riflessa dalla cavità. La densità elettronica corrispondente a σ_N era tra 10^{10} cm^{-3} e 10^{11} cm^{-3} .

I campioni usati nell'esperienza sono descritti nella tabella I. I campioni BTL I e LL2 sono gli stessi che vennero usati in una precedente misura ⁽¹¹⁾, mentre il campione n WLB 28-6 è lo stesso usato da KOENIG ⁽¹²⁾.

I risultati sperimentali sono riportati in figura 4. Si vede che,

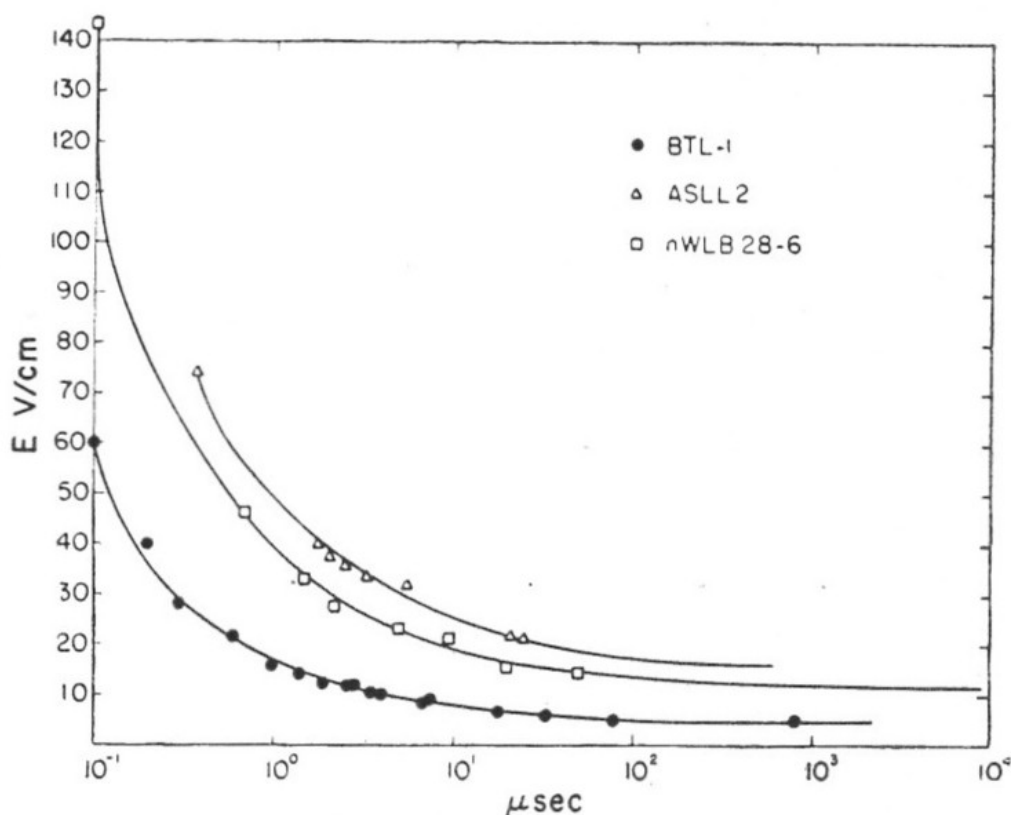


Fig. 4. - Misure del tempo necessario per ottenere una densità arbitraria N (non necessariamente eguale per tutti i campioni). La scala dei tempi è proporzionale al τ definito dalla equazione (5). La temperatura è $4,2^\circ\text{K}$.

quando il campo elettrico diminuisce, il tempo necessario per raggiungere una densità prefissata N aumenta in modo continuo e il campo elettrico tende asintoticamente a E_B . Non si sono osservate oscillazioni della potenza delle microonde riflesse, ciò che avrebbe rivelato oscillazioni della corrente attraverso il campione del tipo di quelle descritte da SCLAR e BURSTEIN ⁽⁵⁾ e da REDIKER e McWHORTER ⁽⁷⁾.

Il ritardo dell'innesco della scarica è indipendente dalla polarità del campo applicato. I risultati sono presentati in forma diversa nella figura 2 in modo da mostrare la proporzionalità tra il tempo necessario

per ottenere una densità prefissata N e una funzione del campo elettrico. Gli errori di misura, sia del tempo che del campo elettrico, non superano il 5%.

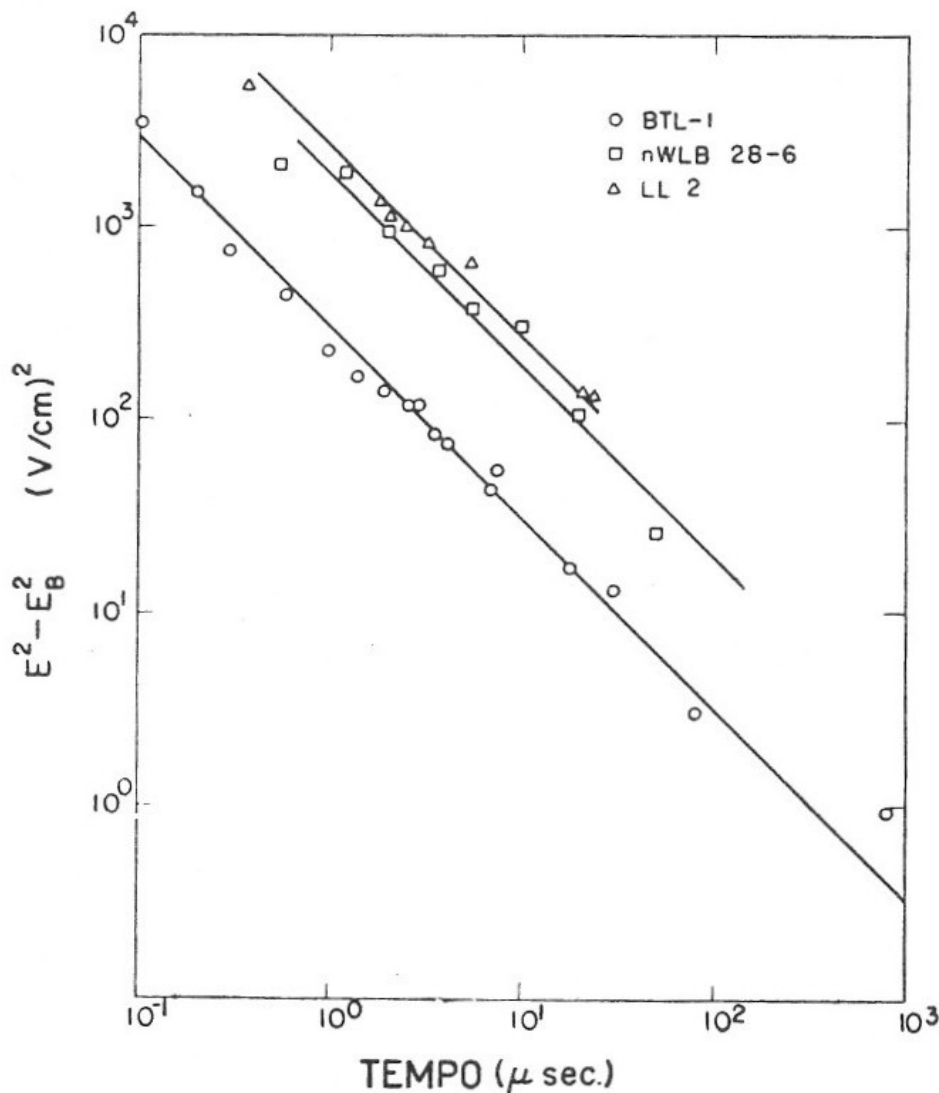


Fig. 2. - Dati sperimentali della figura 1 presentati in modo da porre in evidenza la proporzionalità τ^{-1} e $(E^2 - E_g^2)$.

3. - INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI SPERIMENTALI - SCARICA A VALANGA.

Alla temperatura dell'elio liquido ognuno degli n elettroni per unità di volume che si trovano nella banda di conduzione nel germanio tipo n può sia ricombinarsi con uno degli $(N_A + n)$ donatori ionizzati oppure può avere una energia sufficiente per ionizzare per urto uno degli $(N_D - N_A - n)$ donatori neutri rimanenti. Indicheremo con γ la probabilità media (per unità di tempo) di ionizzazione per urto di uno di questi donatori, α la probabilità media (per unità di tempo) di ricombinazione N_D la densità di donatori N_A la densità degli accettatori di compensazione.

E' stato dimostrato che, all'equilibrio termico, per densità elettro-

niche dell'ordine di 10^{13} elettroni cm^{-3} , la ricombinazione per urto (*) e la diffusione (5) degli elettroni verso la superficie del campione, non rappresentano meccanismi che influiscono in modo essenziale sulla velocità di perdita degli elettroni della banda di conduzione. Un elettrone può essere eccitato termicamente da un donatore neutro fino alla banda di conduzione; chiameremo β la probabilità di transizione per unità di tempo corrispondente a questo processo. Quest'ultimo effetto può avvenire sia per assorbimento di un fonone termico sia attraverso un fenomeno di ionizzazione per urto dell'impurezza da parte di uno degli n elettroni che sono in equilibrio termico con il reticolo.

L'equazione che, secondo SCLAR e BURSTEIN (5), descrive la variazione della densità elettronica col tempo è:

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n (N_A + n) + \beta (N_D - N_A - n) + \gamma n (N_D - N_A - n) \quad (1)$$

Si è trascurata la ricombinazione per urto e la diffusione. Il valore di γ può essere determinato dalla soluzione di questa equazione per il caso stazionario. In funzione di n_∞ , che è la densità n in regime stazionario

($\frac{dn}{dt} = 0$) abbiamo:

$$\gamma = \frac{\alpha n_\infty (N_A + n_\infty) - \beta (N_D - N_A - n_\infty)}{n_\infty (N_D - N_A - n_\infty)} \quad (2)$$

In assenza di campo elettrico ($\gamma = 0$), α e β sono legati dalla condizione di equilibrio dettagliato:

$$\frac{\beta}{\alpha} = 2 \left(\frac{2\pi m^* K T}{h^2} \right)^{3/2} \exp - \epsilon_0 / K T \quad (3)$$

dove ϵ_0 è la energia di ionizzazione del donatore considerato. Si è supposto qui, per semplicità, che esso abbia un solo livello.

Se si studia la variazione di γ in funzione di n_∞ , descritta dalla equazione (2), avendo fatto l'ipotesi che α e β siano costanti, si ottiene per la dipendenza di γ da n_∞ una curva che non presenta massimi o minimi ma solo un punto di inflessione (fig. 3). Il massimo nella curva

(*) Meccanismo secondo il quale due elettroni urtano in prossimità di una impurezza, uno dei due è catturato nello stato fondamentale del donatore mentre l'altro porta via l'eccesso di energia.

di scarica osservato da REDIKER e McWHORTER ⁽⁷⁾ potrebbe essere spiegato con una variazione del rapporto β/α , variazione dovuta all'influenza del campo elettrico sulla funzione di distribuzione degli elettroni. Anche il riscaldamento ohmico di un filamento localizzato nel campione ⁽⁹⁾ può

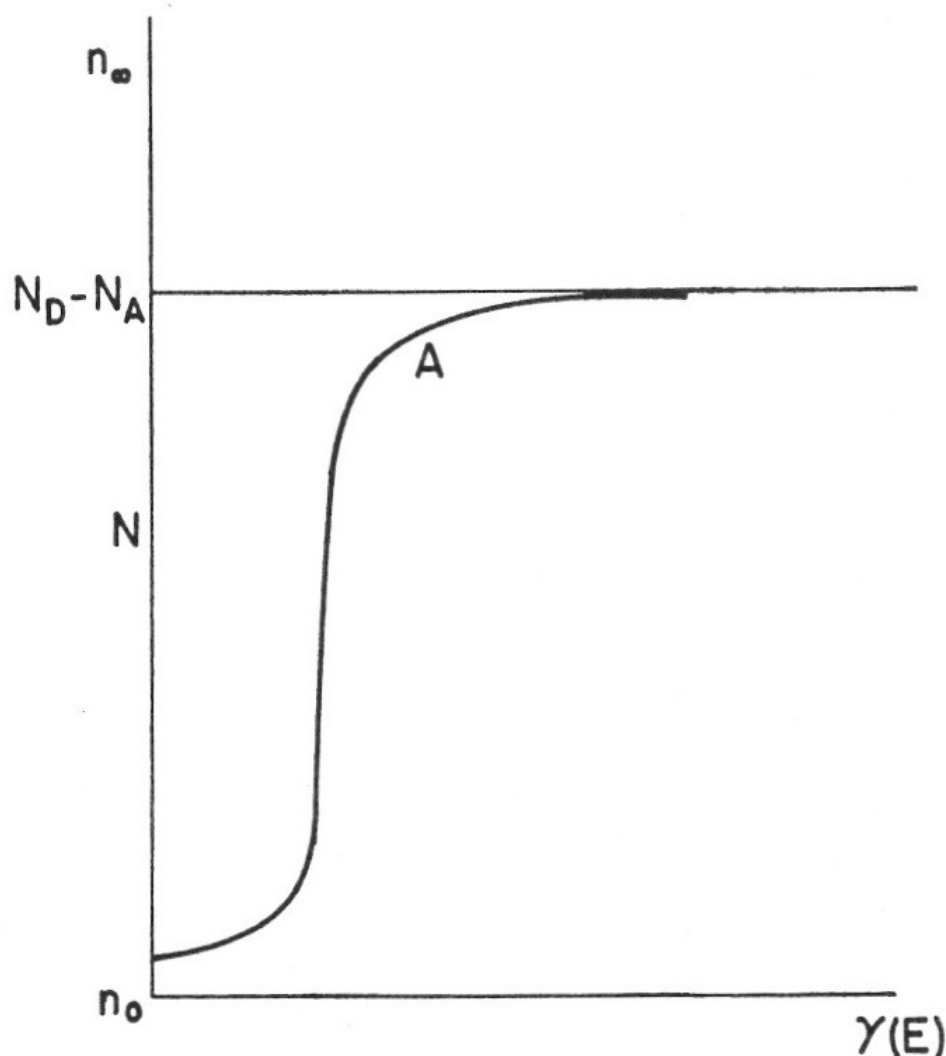


Fig. 3. - Grafico della soluzione della equazione (2) assumendo che la probabilità di ricombinazione e la ionizzazione termica del donatore siano indipendenti dal campo elettrico applicato; γ , probabilità di ionizzazione per urto, è una funzione monotonica del campo applicato.

essere la causa di un massimo nella curva di γ in funzione di n_∞ . Questi effetti non possono essere predetti sulla base del nostro modello che è molto semplificato.

Un'altra via per descrivere la scarica è quella di risolvere l'equazione (1) supponendo α , β e γ indipendenti dal tempo, almeno fino all'istante in cui la maggior parte delle impurezze non sono state ionizzate. Si tratta di una ipotesi diversa da quella di supporre, come nel caso di soluzioni stazionarie, che α e β siano indipendenti dal campo applicato.

Si può far vedere che, trascorsi tempi dell'ordine di 10^{-9} secondi, la distribuzione degli elettroni ha raggiunto una energia media corrispondente all'equilibrio con il campo applicato ^(11, 12). Questa energia, d'altra parte, aumenterà notevolmente quando una frazione notevole dei donatori saranno stati ionizzati.

Se ci si basa sulle ipotesi esposte in precedenza, la soluzione della equazione (1) è:

$$(n_{\infty} - n)^{-1} = (\alpha + \gamma)\tau + \{(n_{\infty} - n_0)^{-1} - (\alpha + \gamma)\tau\} \exp(t/\tau) \quad (4)$$

con

$$\tau^{-1} = \gamma [2n_{\infty} - (N_D - N_A)] + \alpha (N_A + 2n_{\infty}) + \beta \quad (5)$$

n_0 è la densità all'istante $t = 0$

n_{∞} , la soluzione dell'equazione (1) quando $dn/dt = 0$, acquista ora un significato più evidente: è la densità n che viene raggiunta dopo un periodo di tempo estremamente lungo.

Non emerge, invece, una chiara definizione delle condizioni in cui esiste la scarica: τ è sempre positivo, come si può constatare sostituendo il valore di γ ottenuto dalla equazione (2) nella (5); il valore massimo

di τ corrisponde al caso in cui $n_{\infty} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right) \frac{N_D - N_A}{N_D}$, che è minore di n_0

per β/α eguale al suo valore in assenza di campo esterno. La variazione di τ col campo esterno, anche se non fornisce una definizione semplice di scarica, ci può dare un mezzo per studiare la dipendenza di γ dal campo applicato.

Per valori di n_{∞} che si avvicinano a $N_D - N_A$ l'effetto del campo elettrico consisterà soprattutto nella variazione di τ nell'esponenziale che compare nell'equazione (4); il tempo necessario per ottenere una certa densità N dipende perciò in modo molto sensibile dal campo applicato. Ciò è dimostrato nell'appendice. Nel caso della nostra esperienza in cui si misura il tempo necessario per ottenere una data densità N , t sarà proporzionale a τ . Poichè per campi relativamente grandi n non varia molto, e poichè possiamo attenderci che $\gamma/\alpha \gg 1$, si possono attribuire le grandi variazioni di τ osservate a cambiamenti del valore di γ . Per ciò che riguarda la variazione di α col campo applicato, ci si può riferire al lavoro citato ⁽⁸⁾. Nel caso in cui la perdita di elettroni liberi avvenga principalmente attraverso la ricombinazione per urto, SCLAR e BURSTEIN ⁽⁵⁾ hanno dimostrato che τ è ancora proporzionale a γ .

Possiamo ora cercare di spiegare la osservata variazione di γ col campo applicato, nonchè la dipendenza dalla temperatura del campo necessario a produrre la scarica, definito come il campo statico necessario a produrre una densità elettronica arbitraria.

Le difficoltà connesse con il calcolo della funzione di distribuzione degli elettroni caldi, sono state illustrate p. es. nei lavori di ADAMI (13) MORGAN (14), YAMASHITA (15) benchè fosse ben nota l'interazione tra gli elettroni e il meccanismo di scattering (scattering da fononi o impurità). Nel nostro caso, in cui non si ha ancora un calcolo teorico che prevede la dipendenza dall'energia della probabilità di ionizzazione per urto delle impurità, sembra prematuro tentare di calcolare la funzione di distribuzione degli elettroni. D'altra parte i calcoli sugli elettroni caldi [in particolare quelli di YAMASHITA (15)] possono dare parecchi risultati qualitativi applicabili al problema che stiamo trattando. Yamashita confronta i risultati del calcolo della mobilità di elettroni caldi con i risultati sperimentali ottenuti da GUNN (15) (a 77°K). Egli trova che, per basse densità di impurità (assumendo che il solo meccanismo di scattering sia quello attraverso fononi o impurità), il calcolo dà una buona descrizione delle mobilità osservate, ma quando la densità di impurità è più elevata, (al disopra di 10^{15} cm^{-3}) il calcolo non è in grado di rendere ragione dei risultati sperimentali. Quando la densità di impurità (e quindi di elettroni) è dell'ordine di 10^{15} cm^{-3} una descrizione migliore può essere ottenuta se si suppone una distribuzione quasi MAXWELLIANA (13, 15) del tipo:

$$f(x) = (1 + p x) \exp - x \quad (6)$$

dove p è una costante proporzionale al quadrato del campo elettrico $x = \epsilon/kT$ con ϵ uguale all'energia dell'elettrone. Nella teoria di Yamashita $p = \frac{3\pi}{16} \left(\frac{\mu_a E}{c} \right)^2$ dove μ_a è la mobilità per scattering da fononi acustici quando il campo elettrico applicato è nullo e c è la velocità del suono. Se si prende in considerazione lo scattering elettrone-elettrone, assumendo una sezione d'urto per scattering elettrone-elettrone pari a quella per lo scattering da impurità ionizzate, il risultato di Yamashita è in buon accordo con l'esperienza di Gunn, per densità di impurezze (e quindi per densità di elettroni) variabili da 10^{14} a 10^{17} cm^{-3} . Questo risultato suggerisce che, se si introduce un meccanismo che rimuova energia efficientemente (lo scattering elettrone-elettrone è un meccanismo di questo tipo), la distribuzione degli elettroni tenderà a una funzione del tipo della (6).

Secondo i calcoli di Yamashita, a 77°K, la densità al disopra della quale lo scattering elettrone-elettrone diventa il meccanismo che determina le perdite di energia è 10^{15} cm^{-3} ; a 4°K questa densità dovrebbe essere diminuita di un fattore dell'ordine di 10^4 per effetto dell'aumentata mobilità dovuta a scattering da fononi e dell'aumento della sezione

d'urto per scattering Coulombiano. Questo è però appena sufficiente ad assicurare che la distribuzione sia del tipo della (6) per le nostre densità che sono dell'ordine di 10^{10} o 10^{11} cm^{-3} . A 4°K entra in gioco un altro meccanismo, che non è stato considerato dagli autori che hanno studiato gli elettroni caldi: la ionizzazione per urto di elettroni legati a livelli eccitati di impurezze donatrici. Recenti calcoli (¹⁷, ¹⁸), mostrano che la ricombinazione tra elettroni e donatori ha luogo con la cattura degli elettroni in uno stato altamente eccitato del donatore. La vita media di un elettrone nello stato eccitato è relativamente lunga, esso cambierà energia emettendo un fonone e decadendo nello stato fondamentale, oppure essendo rieccitato nella banda di conduzione. Quest'ultimo processo, in particolare, può facilmente compiersi per urto tra un elettrone veloce e l'elettrone legato. La probabilità di questo evento dipende dalla densità di elettroni per cui questa ionizzazione per urto è energeticamente possibile, quindi la ricombinazione elettrone-donatore è influenzata moltissimo dall'applicazione di piccoli campi che aumentino il numero di elettroni di alta energia. Ciò è confermato dai risultati sperimentali di KOENIG (⁸). La ionizzazione per urto di elettroni che sono in stati eccitati elevati di una impurezza è perciò un meccanismo molto efficiente per spopolare la zona di alte energie della distribuzione degli elettroni. La quantità di cui sarà diminuita questa zona dipenderà dal numero di elettroni in questi stati eccitati (lo stato eccitato più basso per un elettrone legato a un donatore è $4,5 \cdot 10^{-3}$ eV (¹⁹); a 4°K i livelli più importanti per la ricombinazione sono attorno a 10^{-3} eV (¹⁸) e la vita media di un elettrone in questo livello è di circa 10^{-8} sec.).

Assumeremo arbitrariamente che la funzione rappresentata nella (6) descriva ragionevolmente bene la distribuzione degli elettroni per elettroni la cui energia sia inferiore alla energia di ionizzazione dello stato fondamentale della impurezza. Per energie maggiori di ϵ_0 assumeremo che la funzione di distribuzione $\phi(x)$ sia

$$\phi(x) = \frac{(1 + px_0) e^{-x_0}}{\int_0^\infty (1 + px) e^{-x} x^{1/2} dx} F(x - x_0) x^{1/2} dx \quad (7)$$

dove $F(x - x_0)$ è una funzione il cui valore è uguale a 1 per $x = x_0$ e tale che $\frac{F(x - x_0)}{F(0)}$ non è maggiore del valore corrispondente nel caso del calcolo degli elettroni caldi quando non sia presente la ionizzazione per urto.

Possiamo ora fare alcune semplici ipotesi che ci permetteranno di

calcolare la dipendenza dalla temperatura e dal campo elettrico del parametro γ .

$$\langle \gamma' \rangle = \int_0^{\infty} \gamma' (x) \phi (x) dx = (KT)^{1/2} \int_0^{\infty} \sigma_I (x) x^{1/2} \phi (x) dx$$

dove $\gamma (x)$ è la probabilità che un elettrone con energia cinetica ε in un reticolo a temperatura T , ionizzi per urto un donatore; $\sigma_I (x)$ è la sezione d'urto corrispondente. Supporremo che

$$\begin{aligned} \sigma_I &= 0 & x < x_0 \\ \sigma_I &= \sigma & x > x_0 \end{aligned}$$

La probabilità di ionizzazione per urto (sia termica sia dovuta al campo applicato) è perciò:

$$\langle \gamma' \rangle = \frac{\sigma (1 + px_0) (KT)^{1/2} e^{-x_0}}{\int_0^{\infty} (1 + px) x^{1/2} e^{-x} dx} \int_{x_0}^{\infty} F (x - x_0) x dx \quad (7a)$$

Se si pone $y = x - x_0$

$$\langle \gamma' \rangle = \frac{\sigma (KT)^{1/2} (1 + px_0) e^{-x_0}}{\Gamma (3/2) (1 + 3/2 p)} \int_0^{\infty} F (y) (y + x_0) dy \quad (7b)$$

Nel caso che $F (y)$ abbia una forma esponenziale, $F (y) = \exp - y$, otteniamo:

$$\langle \gamma' \rangle = \frac{\sigma (1 + px_0 + x_0 + px_0^2) (KT)^{1/2} e^{-x_0}}{(1 + \frac{3}{2} p) \Gamma (3/2)} \quad (7c)$$

Il più grande tra i termini che compaiono nel numeratore è px_0^2 ($x_0 \sim 30$). Il coefficiente p , probabilmente non ha lo stesso valore che nel caso della teoria degli elettroni caldi. Se p fosse eguale a $\frac{3\pi}{16} \left(\frac{\mu_a E}{c} \right)^2$, dove c è la velocità del suono e μ_a la mobilità a campo nul-

lo per lo scattering da fononi acustici, p diverrebbe molto maggiore di 1 per campi di pochi V/cm e l'intera espressione per γ' sarebbe pressochè indipendente dal campo già per campi dell'ordine di 1 V/cm. Ciò è in contraddizione con i risultati sperimentali. Siamo perciò portati a

credere che $p \ll 1$ per l'intervallo di valori dei campi usati in questa esperienza.

Il termine indipendente da p nell'espressione di $\langle \gamma' \rangle$, rappresenta la probabilità di ionizzazione per urto quando non sia applicato alcun campo. E' già contenuto nel coefficiente che abbiamo indicato precedentemente con β .

Possiamo cercare di confrontare la (7c) con le osservazioni sperimentali.

a) Scarica ritardata.

Assumiamo che $p \ll 1$ cosicchè esso può essere trascurato nel denominatore. Detto τ di valore di τ corrispondente a E , otterremo:

$$1/\tau - 1/\tau_B \sim \gamma - \gamma_B \cong \frac{(p - p_B) x_0 (KT)^{1/2}}{\Gamma(3/2)}$$

Ricordando che $\tau_B = \infty$ e che p è proporzionale a E^2 , troviamo

$$\tau^{-1} \sim E^2 - E_B^2$$

come si osserva, infatti, sperimentalmente.

b) Dipendenza dalla mobilità.

SCLAR e BURSTEIN ⁽⁵⁾ hanno mostrato che in condizioni stazionarie il campo necessario per l'innescio della scarica è inversamente proporzionale alla mobilità a basso campo. Questo indicherebbe che il coefficiente p è proporzionale a $(\mu_0 E)^2$ dove μ_0 è la mobilità a basso campo.

c) Scarica stazionaria.

KOENIG e BROWN ⁽⁹⁾ hanno misurato il campo necessario per ottenere una certa densità elettronica in funzione della temperatura. KOENIG ⁽⁸⁾ ha anche osservato che il coefficiente α diminuisce rapidamente quando si applica al campione un campo elettrico. Secondo la nostra interpretazione ciò è dovuto alla ionizzazione per urto degli elettroni che sono legati agli stati eccitati delle impurezze. Se interpretiamo i dati pubblicati da Koenig e Brown come rappresentazione del luogo dei punti in cui γ è costante, dovremmo ottenere:

$$\gamma = C (KT)^{1/2} p x_0^2 \exp - x_0 = \text{costante}$$

in cui C è una costante.

I dati sperimentali sono invece presi come luogo dei punti di densità elettronica costante e perciò, riferendoci alla (2), il luogo dei punti

in cui γ/α è costante. Se i dati possono essere descritti dal luogo dei punti di γ costante, ciò indicherebbe che nell'intervallo considerato in cui variano il campo e la temperatura α rimane costante. Le variazioni di α prodotte dal campo elettrico sono compensate esattamente dalle variazioni di α prodotte dai cambiamenti di temperatura.

La figura 4 fa vedere un grafico dei punti sperimentali di Koenig (n_{∞} costante), presentati in modo da mettere in evidenza quello che ci

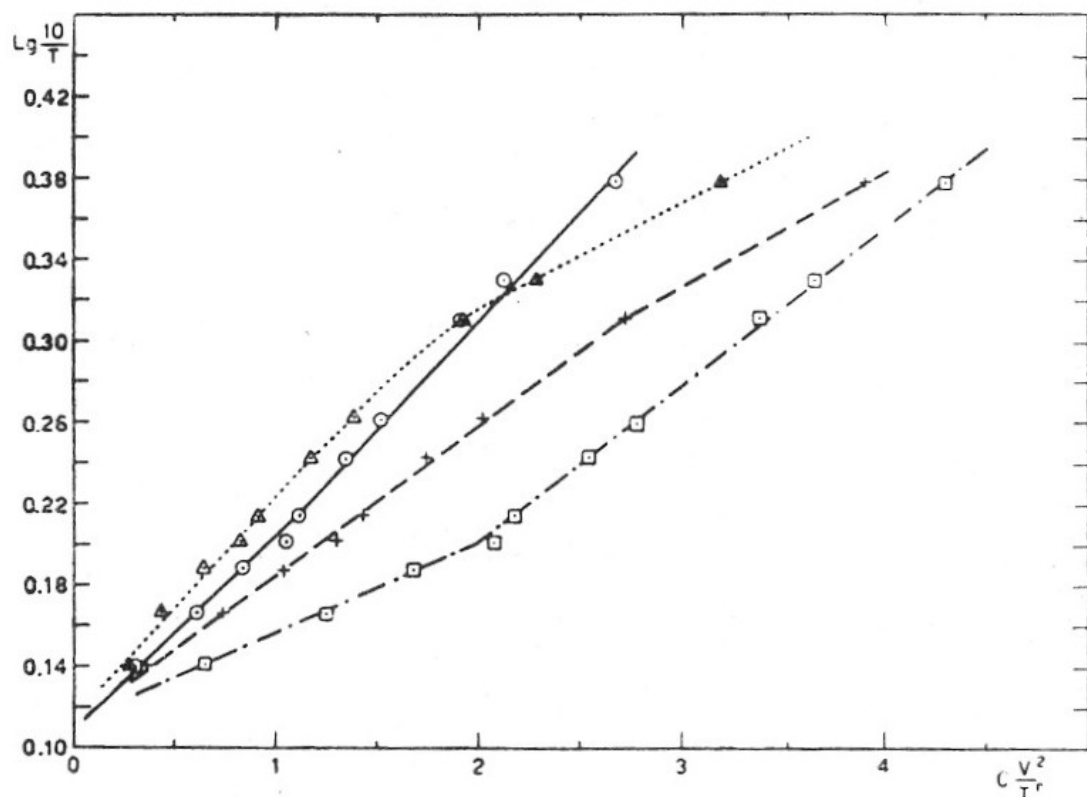


Fig. 4. - Dati sperimentali di KOENIG e BROWN (*) graficati secondo quello che ci si attende dalla equazione (8). La scala delle ascisse è $(1/C) V^2/T^n$

□ $n = 1$, $C = 4$; o $n = 3/2$, $C = 10^{1/2}$; + $n = 2$, $C = 1$
 △ $n = 5/2$, $C = 2.10^{-1/2}$.

si dovrebbe attendere secondo l'equazione (8). Per confronto è dato un grafico di una equazione del tipo:

$$\gamma = C T^{-n} E^2 \exp - \epsilon_0/KT = \text{costante}$$

con $n = 1, 2$ e $5/2$ (notare le differenti scale). Si vede che i grafici con $n = 3/2$ e 2 sono quasi linee rette, l'uno leggermente convesso e l'altro leggermente concavo. Se la nostra interpretazione delle misure di Koenig e Brown è corretta, essa indicherebbe che tra 4°K e $7,5^\circ\text{K}$ la variazione di α dovuta al campo applicato e alla temperatura si compensano approssimativamente l'una con l'altra.

5. - CONCLUSIONI.

La nostra esperienza indica che il tempo necessario per ottenere una data densità elettronica è inversamente proporzionale al quadrato del campo applicato. Se si assume una funzione di distribuzione « quasi Maxwelliana » per gli elettroni di conduzione che hanno una energia cinetica inferiore alla energia di legame degli elettroni nello stato fondamentale del donatore, una funzione di distribuzione che decresce esponenzialmente per $\varepsilon > \varepsilon_0$ e una sezione d'urto per ionizzazione per urto di un elettrone legato ad energia ε_0 uguale a zero, per energie minori di ε_0 , e costante per energie più elevate, si ottiene

$$\gamma \propto p x_0^2 (kT)^{1/2} \exp - x_0$$

dove $x_0 = \varepsilon/kT$ e p è proporzionale a $(\mu_0 E)^2$ (μ_0 è la mobilità a campo basso e E è il campo applicato). La dipendenza da E che si osserva per il tempo di ritardo potrebbe anche essere spiegata con il modello proposto da KOENIG ⁽⁸⁾ che, però, implicherebbe una dipendenza del ritardo dalle dimensioni del campione e dalla radice quadrata della mobilità. Per spiegare i risultati ottenuti con tale modello è necessario fare ipotesi circa i tempi relativi durante i quali si ha ionizzazione per urto e conduzione limitata dalla carica spaziale.

L'Autore è grato ai Prof. S. C. Brown e al Prof. W. P. Allis per il costante aiuto e incoraggiamento ricevuto. E' anche grato ai Dottori S. J. Buchsbaum, G. Bekefi, J. L. Hirshfield e altri membri del gruppo di scarica nei gas del M.I.T. per numerose e fruttifere discussioni. Si ringrazia anche il Dr. L. J. Varnerin Jr. della Bell Telephone Laboratory, il Dr. P. Moody del Lincoln Laboratory e il Dr. S. H. Koenig della I.B.M. per averci fornito i campioni.

APPENDICE A

In questa appendice cercheremo di dimostrare che l'effetto più importante nel determinare la variazione del tempo necessario per ottenere una densità prefissata al variare del campo applicato è la variazione del τ che appare nell'esponente dell'esponenziale dell'equazione (4) piuttosto che un cambiamento dei coefficienti.

Dobbiamo calcolare i coefficienti $(\alpha + \gamma) \tau$ e

$$(n_\infty - n_0)^{-1} - (\alpha + \gamma) \tau.$$

Considereremo il caso in cui $\alpha/\gamma \ll 1$. Il caso $\alpha/\gamma \gg 1$ può essere trattato in modo analogo.

Sostituendo la (3) nella (4) e tenendo conto che $\alpha/\gamma \ll 1$ si ha

$$(n_{\infty} - n_0) \sim \left[\left(2 - \frac{N_D - N_A}{n_{\infty}} \right) + \beta/(\gamma n_{\infty}) \right]^{-1} + \\ + \left\{ n_{\infty}^{-1} - \left[(2n_{\infty} - (N_D - N_A) + \beta/(\gamma n_{\infty})) \right]^{-1} \right\} \exp t/\tau$$

Sperimentalmente si può constatare che $n_{\infty} \sim N_D - N_A$ e quindi si hanno due casi possibili $\beta/(\gamma n_{\infty}) \ll 1$.

Nel caso che sia $\beta/(\gamma n_{\infty}) \ll 1$, avremo

$$(n_{\infty} - n)^{-1} \cong n_{\infty}^{-1} \left\{ 1 + \left[\beta/(\gamma n_{\infty}) \right] \exp t/\tau \right\}$$

Se invece $(\beta/\gamma n_{\infty}) \gg 1$, sarà

$$(n_{\infty} - n)^{-1} \cong n_{\infty}^{-1} \left\{ 1 + \frac{\gamma n_{\infty}}{\beta} \right\} \exp t/\tau$$

Quindi qualsiasi sia la dipendenza di γ (o di α) dal campo, i cambiamenti prodotti dal campo elettrico su il τ che figura nell'esponente della equazione (4) danno il contributo principale alla determinazione del tempo necessario a raggiungere una densità prefissata N . Questo tempo risulterà proporzionale a τ .

Quando $\gamma/\alpha \gg 1$ il termine che dà il contributo preminente al cambiamento di τ con il campo è quello che ha per coefficiente γ ; nel caso in cui invece sia $\gamma/\alpha \ll 1$ è il termine in α . Il primo rappresenta il caso in cui $n_{\infty} \sim N_D - N_A$ [equazione (2)] mentre il secondo, che può entrare in gioco solo quando $n_{\infty} \ll N_D - N_A$, e rappresenta il caso della ricombinazione quando il campo applicato è assai basso.

APPENDICE B

Vogliamo ora prendere in considerazione il suggerimento di KOENIG ⁽⁸⁾ citato nel paragrafo 5. Secondo questo modello, gli elettroni liberi contenuti nell'insieme del campione sono spazzati via e sostituiti da elettroni che provengono dai contatti. Durante il loro cammino verso

l'anodo questi elettroni ionizzano i donatori e producono un plasma che cresce dall'anodo verso il catodo. La corrente che origina dal catodo è limitata dalla carica spaziale nel caso di contatto ohmico oppure è limitata da uno strato impoverito di elettroni per effetto della barriera di potenziale, nel caso di contatti raddrizzanti. Quando questo plasma si muove verso il catodo, la maggior parte della caduta di potenziale sarà tra il suo orlo estremo e il « contatto catodico ». Quando il campo elettrico plasma-catodo raggiunge un certo valore E_c , c'è una emissione di campo dal contatto catodico e il grande numero di elettroni immessi nel

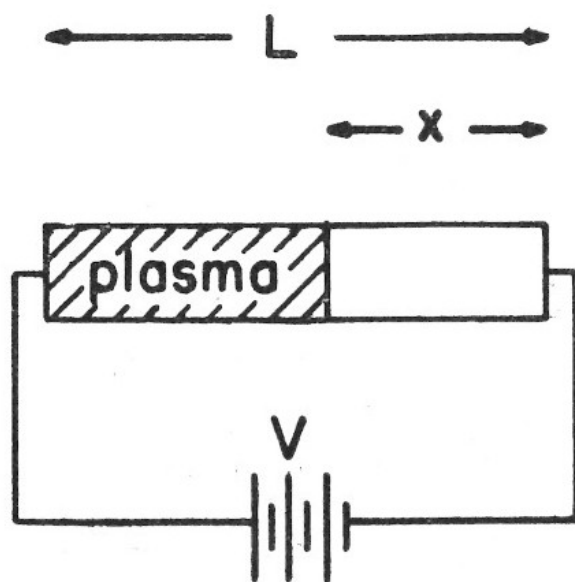


Fig. 5. - Diagramma della situazione descritta dall'equazione B-I.

semiconduttore inizierà quel meccanismo di moltiplicazione che si è descritto prima.

Calcoli ed esperienze hanno mostrato che nei solidi esiste una corrente, limitata dalla carica spaziale ^(20, 21), il cui valore, in assenza di intrappolamento, è

$$J = 10^{-13} \frac{\mu K V^2}{L^3} \text{ A/cm}^2$$

dove K è la costante dielettrica del campione, L la dimensione lungo la quale è applicato il campo elettrico, μ è la mobilità dei portatori di carica e V è la differenza di potenziale applicata.

Se si assume che il plasma cresca in volume quando esso ha una

densità costante N_1 ($N_1 \ll N$ densità a cui è rivelata la scarica), potremo scrivere

$$J = \frac{dQ}{dt} = - N_1 e \frac{dx}{dt} = 10^{-13} \frac{\mu K V^2}{x^3} \quad \text{B-I}$$

$$\int_0^{\tau_1} dt = 10^{-13} \frac{N_1 e}{\mu K V^2} \int_{x_c}^L x^3 dx$$

dove $E_c = \frac{V}{x_c}$. Gli altri simboli hanno il significato dato in figura 5.

$$\tau_1 = \frac{10^{-13}}{4} \frac{N_1 e}{\mu K V^2} (L^4 - x_c^4)$$

Se si pone $E_a = \frac{V}{L}$ e se si ricorda che $L \gg x_c$ si ricava

$$\tau_1 \cong \frac{10^{-13} e N_1}{4 \mu K} \frac{L^2}{E_a^2}$$

Quando entra in gioco l'emissione di campo, la densità elettronica cresce a valanga da una densità N_1 fino alla densità n_∞ in un tempo che è breve rispetto a τ_1 .

Il campo E_B è ancora determinato dalla condizione $n_\infty = N$ così che ci si deve aspettare una dipendenza dei ritardi che si misurano, da $(E^2 - E_a^2)$. Se si suppone per N_1 un valore dell'ordine di 10^9 o 10^{10} cm^{-3} , si ottiene per τ_1 un valore in buon accordo con l'esperienza.

Roma — Istituto Superiore di Sanità - Laboratori di Fisica.

BIBLIOGRAFIA

- (1) GERRITSEN A. N. - Physica, 15: 427 (1949).
- (2) DRESSELHAUS G., KIP A. F. e KITTEL C. - Phys. Rev., 92: 827 (1953).
- (3) BURSTEIN E., DAVISSON J. W., BELL E. E., TURNER W. J. e LIPSON A. G. - Phys. Rev., 94: 65 (1954).
- (4) DARNELL F. J. e FRIEDBERG S. A. - Phys. Rev., 98: 1860 (1955).
- (5) SCLAR N. e BURSTEIN E. - J. Phys. Chem. Solids, 2: 1 (1957).
- (6) KOENIG S. H. e GUNTHER-MOHR G. R. - J. Phys. Chem. Solids, 2: 268 (1957).
- (7) MCWHORTER A. L. e REDIKER R. H. - Solid State Physics in Electronics and Telecommunications, Vol. II, p. 939, Desirant M. e Michiels J. L., eds. (Acc. Press, N. Y. 1960).

- (8) KOENIG S. H. - Solid State Physics in Electronics and Telecommunications, Vol. I, p. 422, Desirant M. e Michiels J. L., eds. (Acc. Press, N. Y. 1960).
 - (9) KOENIG S. H. e BROWN R. D. - III, J. Phys. Chem. Solids, 10: 201 (1959).
 - (10) MADAN M. P., GORDON E. I., BUCHSBAUM S. J. e BROWN SANBORN C. - Phys. Rev., 120: 1615 (1960).
 - (11) ASCARELLI G. - Research Laboratory of Electronics (MIT) Quarterly Progress Report 51, October 1958, p. 31, e Phys. Rev., 120: 1615 (1960).
 - (12) KOENIG S. H. - Phys. Rev., 110: 388 (1958).
 - (13) ADAWI I. - Phys. Rev., 115: 1152 (1959).
 - (14) MORGAN T. N. - J. Phys. Chem. Solids, 8: 245 (1959).
 - (15) YAMASHITA J. - Progr. theor. Phys., 24: 357 (1960).
 - (16) GUNN J. B. - J. Phys. Chem. Solids, 8: 329 (1959).
 - (17) LAX M. - Phys. Rev., 119: 1502 (1961).
 - (18) RODRIGUEZ S. e ASCARELLI G. - Phys. Rev., 124: 1321 (1961).
 - (19) KOHN W. - Solid State Physics, Vol. 5: 286 ed. Seitz F. e Turnbull D. (Acc. Press, N. Y. 1957).
 - (20) MOTT N. F. e GURNEY R. W. - Electronic Processes in Ionic Crystals, p. 172, 2^a ed. (1957), Oxford Univ. Press.
 - (21) SMITH R. W. e ROSE A. - Phys. Rev., 97: 1531 (1955); ROSE A. - Phys. Rev., 97: 1538 (1955).
-